

5466

09519

11/11/48-109

Gerhard Tintner

Oswaldo Davila

**UN MODELO
ECONOMETRICO
PARA
EL ECUADOR**

JUNTA NACIONAL DE PLANIFICACION Y COORDINACION ECONOMICA

QUITO - ECUADOR

UN MODELO ECONOMETRICO PARA EL ECUADOR

Gerhard Tintner

Oswaldo Dávila

1. Un modelo keynesiano

Para la planificación se necesita construir modelos econométricos. Pero, en los países subdesarrollados muchas veces faltan los datos necesarios para su construcción. Hemos construido un pequeño modelo para el Ecuador, con base en los datos publicados por el Banco Central del Ecuador. (*)

Nuestro modelo, muy modesto, contiene solamente cinco ecuaciones. De éstas, solamente dos son ecuaciones que expresan el comportamiento de la economía ecuatoriana. Las otras tres son básicamente definiciones.

Nuestras variables son:

a) Variables endógenas: Variables económicas cuyos valores son determinados por la interacción de nuestras ecuaciones. Su número es igual al número de ecuaciones del modelo:

C = consumo personal nominal

Y = Producto Interno Bruto nominal

P = Índice de precios para el ingreso nacional

X = Producto Interno Bruto real

D = empleo

(*) Memoria del Gerente 1961

b) Variables exógenas: Estas Variables, por definición, influyen en los valores de nuestras variables económicas endógenas, pero no son influenciadas por ellas:

- N = población
- G = consumo público nominal
- I = inversiones brutas nominales
- E = exportaciones
- M = importaciones
- W = salario nominal por año para cada trabajador

La primera ecuación es una función de consumo; y es una relación lineal entre el consumo real per cápita (C/NP) y el ingreso real per cápita (Y/NP):

$$(1) C/NP = a + b (Y/NP)$$

Designamos por $H = G + E - M$ una nueva variable exógena sumaria. La definición del PIB nominal es, entonces:

$$(2) Y = C + I + H$$

El P. I. B real es, por definición:

$$(3) X = Y/P$$

La demanda de mano de obra se deduce de la teoría de la productividad marginal del empleo:

$$(4) dX/dD = W/P$$

La última ecuación de nuestro sistema es una función de producción, del tipo Cobb-Douglas (lineal en logaritmos) con un sólo factor de producción: empleo:

$$(5) \text{Log } X = d + f \text{log } D$$

Es necesario hacer notar que el sistema es estático; no entran factores dinámicos como el tiempo (t) o retrasos. Más adelante transformaremos este sistema en uno dinámico para planificación de largo plazo.

2. Estimación de los parámetros

Si nosotros tenemos N observaciones (t = 1, 2... N) de todas las variables podemos estimar la relación (1), función del consumo, por una modificación del método de ecuaciones simultáneas. Si consideramos la cantidad (I + H)/NP como una variable exógena, las ecuaciones en la forma reducida son:

$$(6) \quad Y/NP = K_1 + L_1 (I + H)/NP = 140,2600 + 3,6798 (I + H)/NP$$

$$(7) \quad C/NP = k_2 + L_2 (I + H)/NP = -140,2600 + 2,6798 (I + H)/NP$$

Estas dos ecuaciones (6) y (7) son estimadas con ayuda del método de mínimos cuadrados.

Los parámetros de la función de consumo (1) pueden ser estimados como:

$$(8) \quad a = (k_1 L_2 - L_1 k_2)/L_2 = 497,2667$$

$$(9) \quad b = L_1/L_2 = 0,5699$$

Los parámetros de la función de producción (5) son estimados por un método descrito por Klein:

$$(10) \quad \log f = \sum [\log (W/P) - \log (X/D)] / N = \overset{[1,61474]}{\cancel{0,4119}}$$

$$(11) \quad d = \sum [\log X - f \log D] / N = 7,51141$$

Así tenemos para la función del consumo:

$$(12) \quad C = 497,2667 \text{ NP} + 0,5699 \text{ Y}$$

Su interpretación es: Si, ceteris paribus, el Producto real per cápita (Y/NP) aumenta en un sucre, el consumo real per cápita (C/NP) aumentará en 0,57 sucres, aproximadamente.

Como estimación de la función de la producción se tiene:

$$(13) \quad \log X_t = 7,51141 + 0,4119 \log D_t$$

Esta relación debe ser interpretada: si ceteris paribus, el empleo aumenta en 1%, el producto real en Ecuador aumentará en 2/5% aproximadamente.

3. Un modelo dinámico

Es posible utilizar este modelo estático para predicciones a corta plazo. Pero como se puede observar, la función de producción depende solamente del empleo, y la hipótesis es que el capital es constante.

Esta no es una hipótesis muy real, especialmente en países como el Ecuador que necesitan acumulación de capital. Una relación muy simple para la formación del capital (K) es :

$$(14) \quad k_{t+1} = A K_t + I_t$$

En Ecuador, la constante A (factor de depreciación) es estimado como: $(1 - 0.0286) = 0.9714$

La fórmula para el capital nominal en el año t es:

$$K_t = A^t K_0 + A^{t-1} I_0 + A^{t-2} I_1 + \dots + I_{t-1}$$

Si introducimos una inversión media I en cada año, tenemos:

$$(16) \quad K_t = A^t K_0 + I (1 - A^t) / (1 - A)$$

Pero, si t es muy grande, y ya que $0 < A < 1$, en el límite: $t \rightarrow \infty$, y:

$$(17) \quad K_t = I / (1 - A).$$

En esta fórmula, I es la inversión media.

Es muy difícil estimar la influencia del capital en la economía ecuatoriana. Pero, en investigaciones anteriores hemos obtenido casi siempre $f + g = 1$; si definimos por g la elasticidad de la producción respecto del capital, se tiene:

$$(18) \quad g = 1 - f = 0,5881$$

Su interpretación es: si ceteris paribus el stock de capital aumenta en 1%, el producto aumentará en 0,6% aproximadamente.

La nueva función de producción es:

$$(19) \quad \log X = d' + f \log D + g \log K$$

La constante d' es estimada por la fórmula:

$$(20) \quad d' = \sum (\log X - f \log D - g \log K) / N = 1.3700$$

De la fórmula (20) podemos calcular las productividades marginales:

$$(21) \quad \partial X / \partial D = f \bar{X} / \bar{D} = 3294,96$$

$$(22) \quad \partial X / \partial K = g \bar{X} / \bar{K} = 0,235206$$

La interpretación de estos resultados (computados para las medias de todas las variables) es:

Si en Ecuador las condiciones son similares a las del período investigado, y si ceteris paribus el empleo aumenta en un obrero, el producto va a aumentar en 3 mil sucres, aproximadamente.

Si ceteris paribus el stock de capital aumenta en un millón de sucres, el producto va a aumentar en 235 mil sucres, aproximadamente.

Una modificación importante puede ser introducida en la función de producción (5). Designamos por :

$$(23) \quad x_t = Y_t / N_t P_t$$

el producto nacional real per cápita y también por:

$$(24) \quad e_t = D_t / N_t$$

la proporción de la población total empleada, Nuestra función modificada de producción contiene también un trend exponencial (lineal en lo

garitmos) y puede ser representada como:

$$(25) \quad x_t = A + Bt - g \log N_t + f \log e_t + g \log K_t$$

Los parámetros A y B son estimados con ayuda de los datos del período 1950-61, y el resultado final es:

$$(26) \quad \log x_t = 1,32186 + 0,00739 t - 0,5881 \log N_t + \\ 0,4119 \log e_t + 0,5881 \log K_t$$

El coeficiente de regresión de t (0,00739) corresponde como logaritmo al número 1,017 y representa un aumento medio del trend exponencial de la producción de 1,7% aproximadamente, lo que puede explicarse por el progreso técnico.

4. Un modelo de largo plazo

El modelo estático y el modelo dinámico están en términos monetarios. Pero, para un país subdesarrollado como Ecuador un análisis de hechos reales es mucho más importante. Definimos todas nuestras variables en términos reales.

(a) Variables endógenas:

$$x = Y/NP = X/N \text{ P.I. B real per cápita}$$

$$c = C/NP = \text{consumo real per cápita}$$

$$w = W/P \text{ salario real per cápita}$$

$$e = D/N \text{ proporción de la población empleada}$$

$$k = K/NP \text{ capital real per cápita}$$

(b) Variables exógenas

$$i = I/NP \text{ inversión bruta real per cápita}$$

$h = H/NP$ consumo del gobierno, más exportaciones, menos importaciones reales per cápita.

Nuestro sistema consiste siempre de cuatro ecuaciones:

$$(27) \quad c = a + b x = 497,2667 + 0,5699 x$$

Función del consumo:

$$(28) \quad x = c + i + h$$

Definición del producto real, per cápita:

$$(29) \quad fx = w \cdot e$$

Demanda de empleo. Consecuencia de la teoría de la productividad marginal.

$$(30) \quad \log x = d' + f \log e + g \log k = d' + f \log e + g \log i / (1-A) = 1,37541 - 0,5881 \log N + 0,4119 \log e + 0,5881 \log i / (1-A)$$

Si

$$(31) \quad k_{t+1} = A k_t + i_t$$

Función de producción. La segunda forma de esta ecuación se explica por la relación (17), formación de capital a largo plazo.

Este es un modelo de tipo keynesiano para predicción a largo plazo. El nivel de precios P no es ahora parte del modelo, pero tenemos en su lugar los salarios definidos en términos reales w . Además, en lugar del empleo D tenemos la proporción del empleo en relación de la población: e .

Es también interesante calcular las elasticidades parciales de todas las variables endógenas (c , x , w , e) en relación con cada

una de las variables exógenas (i, h, N).

Denotamos las elasticidades parciales como:

$$(32) \quad E_y/E_x = \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right) \cdot (z/y)$$

Tenemos de las primeras dos ecuaciones de nuestro sistema (21) y (22):

$$(33) \quad E_x/E_i = i/(1-b)x = 0,33$$

$$(34) \quad E_x/E_h = h/(1-b)x = -0,3316$$

$$(35) \quad E_c/E_i = bi/(1-b)c = 0,2629$$

$$(36) \quad E_c/E_h = bh/(1-b)c = 0,2641$$

Las elasticidades parciales de x(Producto Interno real per cápita) y c (consumo real per cápita) en relación a la población (N) son cero.

Usamos estos resultados y las dos últimas ecuaciones de nuestro sistema (22) y (23) para el cálculo de las elasticidades parciales de w y de e:

$$(37) \quad E_e/E_i = \frac{i}{f(1-b)x} - \frac{g}{f} = -0,6266$$

$$(38) \quad E_e/E_h = h/f(1-b)x = 0,812$$

$$(39) \quad E_w^w/E_i = (g/f) \left(1 - \frac{i}{(1-b)x} \right) = 0,9566$$

$$(40) \quad E_w/E_h = \frac{-gh}{f(1-b)x} = -0,4744$$

La interpretación de estos resultados es: Si ceteris paribus la Inversión real per cápita aumenta en 1%, el producto real per

cápita aumenta en $1/3\%$, si ceteris paribus la suma del consumo de gobierno más exportaciones menos importaciones (reales per cápita) aumenta en 1% , el Producto real per cápita va a disminuir en $1/3\%$, aproximadamente. Si ceteris paribus, uno u otro, la inversión real per cápita o la suma de consumo del gobierno más exportaciones menos importaciones (todos reales, per cápita) aumentan en 1% , el consumo real per cápita va a aumentar en $1/4\%$, aproximadamente.

También, si ceteris paribus la inversión real per cápita aumenta en 1% , la proporción de la población empleada va a disminuir en $0,6\%$, si ceteris paribus la suma de consumo de gobierno más exportaciones menos importaciones (reales per cápita) aumenta en 1% , la proporción de la población empleada va a aumentar de $0,8\%$.

Si ceteris paribus la inversión real per cápita aumenta en 1% , el salario real va a aumentar en $0,96\%$, si ceteris paribus la suma de consumo de gobierno, más exportaciones menos importaciones (reales per cápita) aumenta en 1% el salario real va a disminuir en $1/2\%$, aproximadamente.

Bibliografía

- B. von Hohenbalken y G. Tintner: Econometric models of the O. E. E. C. members, The United States and Canada, and Their application to economic policy. Weltwirtschaftliches Archiv, vol 89, 1962, pp. 29-86.
- L. Klein: a textbook of econometrics, Evaston III, 1953, pag. 191.

ECUADOR

AGREGADOS NACIONALES
(Millones de sures de 1960)

AÑOS	Producto Interno bruto X	Consumo		Inversión bruta I/P	Exporta ciones E/P	Importa ciones M/P	Capital K/P	Deprecia ción	Población	
		Privado C/P	Consumo del Gobierno G/P						total * N	activa * D
1950	8.089	6.020	1.196	998	1.098	1.223	22.611	512	3.203	1.205
1951	8.712	6.525	1.208	1.218	1.093	1.332	23.364	511	3.391	1.237
1952	9.472	7.058	1.250	1.055	1.577	1.468	24.107	507	3.382	1.270
1953	9.805	7.251	1.366	1.430	1.496	1.738	24.674	521	3.476	1.304
1954	9.945	7.678	1.389	1.837	1.701	2.660	25.124	552	3.573	1.339
1955	10.861	8.029	1.405	1.971	1.845	2.389	26.613	543	3.672	1.377
1956	11.379	8.435	1.419	1.917	1.864	2.256	28.490	549	3.773	1.414
1957	12.012	8.764	1.444	1.890	2.095	2.181	29.772	580	3.878	1.451
1958	12.322	9.157	1.441	1.803	2.126	2.205	30.986	585	3.985	1.490
1959	13.088	9.454	1.564	1.971	2.311	2.212	32.297	626	4.096	1.530
1960	14.094	10.112	1.813	2.081	2.574	2.486	33.639	680	4.209	1.574
1961	14.671	10.492	1.974	2.193	2.376	2.364	34.487	710	4.326	1.616
12	134.450	98.975	17.469	20.364	22.156	24.514	336.164	6.876	44.864	16.807

* En miles de personas

FUENTE: Memoria del Gerente del Banco Central del Ecuador y Junta Nacional de Planificación.

Las "Observaciones" que se transcriben a continuación, fueron remitidas a la Junta Nacional de Planificación y Coordinación Económica, con oficio número 65-PF de 21 de enero de 1964, suscrito por el señor Subsecretario General del Ministerio de Fomento.

Estas observaciones, como los Comentarios a las mismas, efectuados en la Sección Programación General y Estadística de la Junta, se los incluye en el folleto por crérseles de interés.

La Junta Nacional de Planificación, una vez más, agradece cualquier crítica o comentario de carácter constructivo que se haga a sus trabajos.

OBSERVACIONES AL MODELO ECONOMETRICO PARA EL ECUADOR

PREPARADO POR LOS SEÑORES

GERARDO TINTNER Y OSWALDO DAVILA

Este modelo consta de tres partes: a) un modelo keynesiano estático, caracterizado por una función producción de un solo factor, a saber trabajo; b) un modelo "dinámico" a corto plazo caracterizado por dos factores, trabajo y capital; y c) un modelo "de largo plazo" caracterizado porque las variables están expresadas en términos reales y per cápita.

I. Aún cuando de importancia puramente formal débese objetar primero los nombres dados a los dos últimos de estos modelos (i) porque para que un modelo pueda llamarse dinámico es menester que hayan retrasos temporales discretos o continuos, a fin de que el tiempo desempeñe un papel motor, lo que no ocurre en ninguno de los tres modelos; en cambio, apropiadamente utilizado cualquiera de ellos podría servir para un análisis de estática comparada; (ii) porque no parece que se puede cambiar de corto a largo plazo con sólo poner las variables en términos reales y per cápita.

II. Con respecto a la estimación de los parámetros del primer modelo no está claro el método empleado en el caso de la función consumo, pero con respecto a dicho método lo menos que se puede decir es que:

1) Por lo que se pasa a indicar es deficiente e indebidamente complicado ya que es posible aplicar el más sencillo método directo de mínimos cuadrados a la ecuación (1).

$$(1) C/NP = a + b (Y/NP)$$

y utilizando la misma información estadística empleada por los autores del modelo obtener estimaciones que, según el teorema de Markoffson, a más de insesgados, los más eficientes, en el sentido de que se minimiza la varianza. Sólo estimaciones que coinciden con las de mínimos cuadrados (tal es el caso de las obtenidas por el método de máxima verosimilitud) gozan de igual propiedad, no así las obtenidas

por medio de las fórmulas (8) y (9) del modelo. Efectivamente, haciendo uso de la misma muestra se puede obtener las siguientes estimaciones mínimo cuadráticas: $\bar{a} = 360$ y $\bar{b} = 0,616$. Prueba de que el método empleado en el modelo es menos eficiente que el de mínimos cuadrados da el error estandar de las estimaciones que asciende a 32,5 en el caso del método del modelo, y apenas a 13,8 en el de mínimos cuadrados.

Si el método del modelo no tiene ni la simplicidad ni la eficiencia del de mínimos cuadrados no se ve la razón de su aplicación.

2) Aún más importante es la poca aplicabilidad de la propensión marginal al consumo estimada, así sea eficientemente, para la función (1). En efecto, esta función, aún cuando puesta en términos per cápita, es de tipo macroeconómico por provenir de información estadística agregada. Con sólo multiplicar ambos lados de (1) por N, sin alterar la igualdad tenemos la función consumo típicamente macroeconómica. Ahora bien, no requiere una compleja demostración sostener que la función consumo agregada no depende sólo del nivel de ingreso sino también, y muy significativamente, de su distribución. Nunca es menos legítima la hipótesis "Ceteris paribus" que en este caso, especialmente si se toma en cuenta que a base de dicha función se hace proyecciones para un período dentro del cual deliberadamente se trata de redistribuir el ingreso.

III. En el segundo modelo caracterizado, como queda dicho, por una función producción radicalmente distinta de (5).

$$(5) \text{ Log } X = d + f \log D.$$

a saber (19)

$$(19) \text{ Log } X = d' + f \log D + g \log K$$

se hace uso objetable de la estimación del parámetro f ($\bar{f} = 0,4119$) válida sólo para la función (5), estimando g por diferencia de f con relación a la unidad, en la suposición de que la función producción

que nos ocupa es Cobb Douglas de grado 1. Aún cuando esta hipótesis sea aceptable no se puede decir lo mismo de la utilización en (19) de la estimación de f .

Si, pues, la utilización de $\bar{f} = 0,4119$ en (19) es indebida, nada se puede decir en favor de $\bar{g} = 0,5881$ y peor de $\bar{d}' = 1,370$, estimación de d' en (19) obtenida con aplicación de \bar{f} y \bar{g} .

IV. Grave error contienen las igualdades (21) y (22) como productividades marginales de los factores D (población empleada o trabajo) y K (Capital).

Evidentemente no es de (20), simple fórmula para estimar d' , que se puede derivar las productividades marginales de los factores, sino de la función producción (19), que en forma exactamente equivalente puede ser escrita así:

$$(19.1) X = d'' D^f K^g, \text{ en donde } d'' = \text{antilog } d'$$

De donde se obtiene las correctas productividades marginales

$$(21.1) \partial x / \partial D = d'' f (K/D)^g$$

$$(22.1) \partial x / \partial K = d'' g (D/K)^f$$

Con $f + g = 1$

(21.1) y (22.1) sólo ponen de manifiesto la bien conocida propiedad de las funciones homogéneas de primer grado consistente en que las productividades marginales de los factores son, a su vez, funciones (no constantes como en (21) y (22) de la proporción en que dichos factores son empleados.

La conclusión de que la productividad marginal monetaria del trabajo (población ocupada) es constante e igual a \$/ 3.294.96 tiene la siguiente sombría implicación: según la información utilizada en el modelo, para 1961 el PIB por persona activa a precios de 1960 fue \$/ 9.079. Esta cifra corresponde al concepto de productividad media de la población empleada, o lo que es lo mismo del factor trabajo. Adiviertiendo que la proporción de población activa a población total (número de dependientes por persona activa) es la constante $e = 2,7$. Si la productividad marginal fuese realmente los \$/ 3.294 establecidos en el modelo, la media sería enormemente superior a la marginal, y por consiguiente, con el aumento la población empleada habido desde 1961 hasta la fecha y por haber en adelante, habríamos entrado en un franco y acelerado proceso de desarrollo negativo. Independientemente, como, según (21), la productividad marginal del trabajo es del capital, ninguna esperanza habría por el lado de este factor para incrementar la producción del trabajo. En buena hora si la igualdad (21) está equivocada.

V. En el tercer modelo, pasando por alto el hecho de que la ecuación (29) está sumamente obscura, obsérvase lo siguiente con respecto a las ecuaciones (33) - (40) correspondientes a varias elasticidades

En primer término debe dejarse sentado que según la definición

ción de este concepto, se puede hablar de elasticidad de una función con respecto a sus variables independientes, pero no se puede derivar una elasticidad de una identidad. Ahora bien, en (33) y (34) justamente se comete el error de aplicar la fórmula (32) de elasticidades, a la identidad (28), así:

$$(27) c = a + bx$$

$$(28) x = c + i + h$$

Sustituyendo (27) en (28)

$$x = a + bx + i + h$$

$$x = (a + i + h) / (1 - b)$$

$$(33) Ex/Ei = i / (1 - b) x$$

$$(34) Ex/Eh = h / (1 - b) x$$

Además a pesar de que según (33) y (34) ambas elasticidades son variables (función de i y x la primera, de h y x la segunda) en forma inexplicable se obtiene resultados constantes: 0,33 para la primera y -0,3316 para la segunda.

El segundo de estos resultados, $Ex/Eh = -0,3316$, es a simple vista inaceptable pues indica que el producto interno bruto per cápita disminuye cuando aumentan los gastos de Gobierno y las exportaciones, de lo cual se desprende la poca plausible conclusión de que para desarrollarse el Ecuador haría bien en discontinuar sus exportaciones y dedicarse sólo a importar no importa que, toda vez que el beneficio no se deriva de una clase especial de importaciones (por ejemplo bienes de capital) sino del simple hecho de importar. Por añadidura este resultado es diametralmente opuesto al de alguna otra investigación realizada por la misma Junta de Planificación la que, en la página 7 del Resumen del Plan General de Desarrollo, da el calificativo de sectores dinámicos fundamentales precisamente a los gastos de Gobierno y a las exportaciones.

Parece que lo correcto habría sido aplicar (32) a (30) para obtener:

$$(33.1) Ex/Ei = \partial \log x / \partial \log i = g$$

(33.1) está en pleno acuerdo con la teoría económica pues también es muy conocido que en una función como (30) las elasticidades parciales con respecto a los factores D y K (ó i), son los respectivos exponentes f y g .

Como, al menos en los modelos que nos ocupan, el producto no es función de los gastos del Gobierno ni de las exportaciones, ni de las importaciones, toda vez que la función producción está puesta sólo en términos de capital y trabajo, y toda vez que exportaciones así como consumo de Gobierno son meros usos del producto, no factores de producción, no parece legítimo hablar en este contexto de elasticidades de la producción con respecto a estas variables.

Tocante a (35) y (36) no se entiende cómo se ha establecido las constantes 0,2629 y 0,2641 respectivamente siendo como las respectivas elasticidades son funciones de i y c en el un caso y de h y c en el otro caso.

Tampoco se alcanza a comprender como se establecen las elasticidades (37)-(40). Como quiera que sea, la constante negativa que resulta de (37), a ser interpretada en el sentido de que cualquier incremento de capital implica un desplazamiento de trabajo, parece inconsistente con una función de producción tipo Cobb Douglas, ya que en tal función producción los factores son complementarios y no sustitutivos. Para probar esto se puede recurrir a la segunda derivada parcial cruzada de la función (30):

$$(30) \log x = d' + f \log e + g \log k = d' + f \log e + g \log (i/1-A)$$

que también puede escribirse:

$$(30.1) x = d'' e^f (i/1-A)^g$$

en donde $d'' = \text{antilog } d'$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial i \partial e} = \frac{d'' f g (1-A)^f}{e^g i^f}$$

Como A es menor que 1, todos los factores son positivos de modo que $\frac{\partial^2 x}{\partial i \partial e}$ es positivo, lo que confirma que la productividad marginal del un factor, y por consiguiente su demanda, es refor-

zada con incremento del otro factor.

Igualmente incomprensible es el resultado arrojado por (40) según el cual, mientras los salarios responden negativamente a incrementos de gastos de Gobierno y exportaciones, lo hacen positivamente a incrementos de importaciones. Según esto nuevamente nos vemos enfrentados a la conveniencia, esta vez desde el punto de vista de los asalariados de incrementar indefinida e indiscriminadamente las importaciones sacrificando exportaciones y gasto de Gobierno.

Relacionando los puntos básicos del anterior análisis con el Cuadro II-1 (pág. 29) del Resumen del Plan General de Desarrollo se puede decir lo siguiente:

1. El consumo (columna 3 del Cuadro) está francamente subestimado porque:

a) la propensión marginal a consumir estimada en el modelo es inferior a la estimada por mínimos cuadrados, método que, como lo indica la teoría y lo confirman los valores del error estandar, es más eficiente que el anterior;

b) se ha descuidado variable tan importante como es la distribución del ingreso, la cual, dada la política redistributiva preconizada en el Plan, está llamada a incrementar el consumo agregado.

2. Si, en cada año del Plan, el consumo va a significar una mayor proporción del ingreso nacional que la estimada, la inversión interna bruta va a ser forzosamente menor que la estimada, y para completar las cifras proyectadas de la inversión total (columna 5 del Cuadro) va a ser menester depender correspondientemente más de la inversión extranjera, con las consiguientes repercusiones en la balanza de pagos.

3. Suponiendo que las importaciones constituyan alguna función del consumo (en el Cuadro las importaciones constituyen

una proporción bastante constante del consumo, aproximándose con exceso durante el primer quinquenio y con defecto durante el segundo al 20% de dicho consumo) resulta obvio que si el consumo total está subestimado, también lo están las importaciones, de confirmarse lo cual habría que tomarse en cuenta nuevas repercusiones sobre la balanza de pagos.

4. Si, como ha sido explicado verbalmente, los salarios reales han sido estimados con sujeción a la teoría de la productividad marginal del trabajo, las objeciones hechas en el párrafo IV contra la manera de establecer dicha productividad marginal redundan en correspondientes objeciones contra las cifras de "salarios por ocupado" que aparecen en la columna 7 del Cuadro.

5. Puesto que los salarios monetarios son considerados como variable exógena, posiblemente, como es común en los modelos keynesianos, de los salarios reales se ha derivado el índice de precios P, en cuyo caso las objeciones contra la productividad marginal del trabajo repercuten en P e invalidan la última columna del Cuadro.

6. Si, como es de suponerse, la inversión privada tanto interna como externa mantienen alguna relación funcional con las utilidades, y si estas utilidades han sido también establecidas con sujeción a la teoría de la productividad marginal del capital, análogamente a lo dicho en el párrafo anterior, las objeciones hechas contra la manera de establecer esta productividad redundan en correspondientes objeciones contra la parte que corresponda a inversión en la columna de inversión bruta del Cuadro. Las cifras de esta columna pueden mantenerse iguales pero con reajustes a expensas de la inversión pública, asimismo tanto interna como externa.

7. Las objeciones hechas en III contra la manera de estimar los parámetros de la función producción (19) implican que, si como tiene que ocurrir para ser consecuentes con el modelo, las cifras del PIB (columna 2 del Cuadro) han sido establecidas con sujeción a esta función, dichas cifras están equivocadas y en consecuencia sólo por coincidencia la tasa de crecimiento podría conformarse a las estimaciones del modelo.

COMENTARIOS A LAS OBSERVACIONES AL MODELO

ECONOMETRICO

La presente exposición contiene las aclaraciones que se consideran indispensables a las observaciones remitidas. Con el objeto de mantener el mismo orden en que han sido hechas, se ha tratado de mantener igual numeración en las respuestas, excepto en aquellos casos en que, por razones de claridad en la exposición, se hizo necesario el considerar dos o más observaciones en forma simultánea.

A manera de introducción, cabe anotar que el anexo al Plan que contiene el Modelo Económico, tiene deficiencias de presentación, - especialmente en cuanto se refiere a la excesiva simplificación con que fuera presentado - que están siendo eliminadas para la edición definitiva.

Con este antecedente, de inmediato se tratará de responder a las "Observaciones" remitidas.

Observación I.- En la página 3 del Modelo, se dice muy claramente: "Es necesario hacer notar que el sistema es estático, no entran factores dinámicos como el tiempo (t), o retrasos. Más adelante transformaremos este sistema en uno dinámico para planificación a largo plazo".

En efecto, en la tercera parte, al referirse a la acumulación de capital, el Modelo introduce el tiempo y retrasos. No está claro, en esta observación, por qué se concluye que el cambio de las variables de términos nominales a reales per cápita, es lo que dinamiza el modelo, ya que en el texto del mismo, en ninguna parte podría haberse hecho esta afirmación, por ningún concepto.

Observación II.- 1.- No parece que el método utilizado en la estimación de los parámetros sea "deficiente e indebidamente complicado", como se afirma, pese a que se obtiene un error standard menor, pues debe considerarse que, el objetivo de usar el método de ecuaciones simultáneas es la obtención de "parámetros estructurales" (1), lo cual como es bien sabido, no puede lograrse mediante el simple ajuste por el sistema de mínimos cuadrados.

2.- Completamente de acuerdo respecto a la necesidad de estimar la modificación de la propensión al consumo en base a la proyectada distribución del ingreso. El problema: Falta de la base estadística necesaria para hacerlo por el momento, por cuya razón se utilizó como constante dicha propensión, pues cualquier estimación que se efectúe sin contar con datos consistentes tendría igual o menor validez.

Observación III.- La observación tendría razón de ser si el parámetro f hubiera sido estimado - como parece que se supone en este acápite - por el método de mínimos cuadrados aplicado a la relación (5):

$$(5) \log. X = d + f \log D.$$

La realidad es que f se obtiene directa e independientemente, en la forma que se explica a continuación:

.....

-
- (1) Haavelmo: The Statiscal implications of a system of simultaneons equations. *Econométrica* Vol. 11, pp. 1-12 Enero 1943.-
The próbability approach in Econometrics.- *Econométrica*, Vol. 12, Supplement, pp. 118.- Julio 1944.
Ezequiel & Fox: *Methods of correlation and Regression Analysis*, Cap. 24.- Wiley & Sons. 3a. Edición, 1959 - Tintner: *Econometrics*.
Tintner: *Econometrics*.- pp. 121 sgtes. Wiley & Sons. 4a. Edición. Marzo 1962.

Los salarios reales son una parte del Producto, luego:

$$\frac{W D}{P} = f X$$

de donde: $f = \frac{W D}{X P}$

De esta manera si el parámetro f es obtenido independientemente, sin considerar (5), nada impide introducirlo, en la forma que se ha hecho en la función de producción (19) y, lógicamente, si ésta se acepta como lineal homogénea, el valor de $g = 0.5881$, se justifica por si solo. Nada cabe añadir respecto al valor de $d' = 1.370$.

Observación IV.- El "grave error" que se afirma contienen las igualdades (21) y (22), no es sino equivocación en la impresión. En la línea 3 de la página 6 debe leerse: "De la fórmula (19)" en lugar de: "De la fórmula (20)", pues es fácil ver que de ella se derivan las relaciones (21) y (22).

Las correcciones que se proponen a las productividades marginales no tienen razón. Las expresiones propuestas como "correctas":

$$(21.1) \quad \frac{\partial X}{\partial D} = d'' f (K/D)^g$$

$$(22.1) \quad \frac{\partial X}{\partial K} = d'' g (D/K)^f$$

son matemáticamente equivalentes a las dadas por el Modelo:

$$(21) \quad \frac{\partial X}{\partial D} = f \frac{X}{D}$$

$$(22) \quad \frac{\partial X}{\partial K} = g \frac{X}{K}$$

Porque:

$$\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial D} &= d'' f \left(\frac{K}{D} \right)^g = d'' f K^g D^{-g} = d'' f K^g D^{f-1} \\ &= f d'' \frac{D^f K^g}{D} = f \frac{X}{D} \end{aligned}$$

De tal manera que:

$$d'' f (K/D)^g = f \frac{X}{D}$$

Lo mismo puede probarse, fácilmente, para (22.1) y (22).

Si para estas expresiones se toman valores particulares, o sea, si se computan las productividades marginales para las medias de las variables, o sea para el período estudiado, en promedio, lógicamente se obtendrá una constante, tanto para mano de obra como para el capital.

La "sombria implicación" que quiere encontrarse en la productividad marginal obtenida, no es tal, pues debe considerarse el error de concepto que significa, como se hace en la página 3 de las observaciones, el atribuir el total del producto solamente a la mano de obra. No otra cosa es el dividir el P.I.B. para la población ocupada, sin considerar que en esa cifra, se incluye la productividad del capital. En tanto, en la función de producción, $X = f(D, K)$ se considera separadamente la productividad de cada variable.

La conclusión, en base a la errada consideración hecha de que "habríamos entrado en un franco y acelerado proce-

so de desarrollo negativo", tampoco tiene razón de ser: Si las derivadas parciales - productividades marginales - analíticamente indican la pendiente de la superficie de producción, su signo, siempre positivo, ya que:

$$f > 0$$

$$g > 0$$

$$K > 0$$

$$D > 0$$

significa que la función de producción $F(D, K)$ será siempre creciente ante incrementos de trabajo y/o capital.

Observación V.- A fin de no pasar por alto la ecuación (29), de la que se ha dicho, está sumamente obscura, se la obtiene de la ecuación (4) del Modelo, así:

$$(4) \quad \frac{dX}{dD} = \frac{W}{P} \quad \text{Multiplicando los dos miembros por } \frac{D}{X}$$

$$\frac{dX}{dD} = \frac{D}{X} = \frac{W}{P} \cdot \frac{D}{X} \quad \text{de donde}$$

$$f = \frac{W}{P} \cdot \frac{D}{X} \quad \text{Dividiendo ambos miembros por } N. \quad fX = \frac{W}{P} \cdot D$$

$$\frac{fX}{N} = \frac{W}{D} \cdot \frac{D}{N}$$

De acuerdo a las definiciones de la página ⁷ se tiene:

$$fX = w e.$$

En lo que se refiere al concepto de elasticidades y la forma de estimarlas. Si bien:

$$x = c + i + h$$

es una identidad, al sustituir.

$$c = a + bx$$

en el segundo miembro, con lo que se obtiene:

$$X = \frac{a + i + h}{1 - b}$$

Se está definiendo una relación funcional entre x, i, h, dependiente de los valores de los parámetros a y b. Nada impide medir cuál será "la variación relativa de X ante una variación relativa de i, h" (concepto de elasticidad). ~~X~~.

La obtención "en forma inexplicable" de resultados constantes, tiene una explicación muy simple: si se tienen series periódicas de i, h, x, c, pueden usarse las medias aritméticas de estas series, con el objeto de hacer una previsión.

Los valores usados fueron:

$$\bar{i} = 422$$

$$\bar{h} = 332$$

$$\bar{x} = 2973$$

$$\bar{c} = 2127$$

El resultado $\frac{E x}{E h} = - 0.3316$ lógicamente es inaceptable. Se debe a un error en el signo: $\frac{E x}{E h}$ es POSITIVA,

como puede fácilmente comprobarse. Debido al error indicado, la observación tiene razón de ser.

No se aplicó (32) a (30) para obtener (33), puesto que (30) contiene la magnitud e de naturaleza endógena; y se ha querido que las elasticidades de acuerdo al Modelo expresen las relaciones de variación con respecto a los factores exógenos. Esta es la razón por la que, los gastos de gobierno, las exportaciones y las importaciones, incluidas en h , responden al deseo de saber cómo influirán éstas, y la variable i en la mencionada función.

Las elasticidades (37) - (40) se han obtenido como sigue:

Se tienen las siguientes igualdades:

$$K = \frac{i}{1-x} = \frac{i}{1-A} \quad (17)$$

$$C = a + bX \quad (27)$$

$$X = c + i + h \quad (28)$$

$$fX = we \quad (29)$$

$$\log X = d + f \log e - g \log N + g \log i / 1 - A \quad (19 - a)$$

Reemplazando (27) en (28)

$$X = a + bX + i + h \quad (28 - a)$$

$$(1 - b) X = a + i + h \quad (28 - b)$$

Diferenciando (28-b) miembro a miembro, y multiplicando y dividiendo por cantidades iguales:

$$(1-b) dX = di + dh$$

$$X \frac{(1-b) dx}{x} = \frac{(di)}{i} i + \frac{(dh)}{h} h$$

$$\frac{dX}{X} = \frac{i}{(1-b)x} (di/i) + \frac{h}{(1-b)x} (dh/h) \quad (I)$$

Diferenciando miembro a miembro la relación (27):

$$dc = bdx$$

Lo que se puede escribir:

$$c \frac{dc}{c} = \frac{bx dx}{x}$$

$$\frac{dc}{c} = \frac{b x}{c} (dx/x) \quad (II)$$

Reemplazando (I) en (II)

$$\frac{dc}{c} = \frac{bx}{c} \left[\frac{i}{(1-b)x} (di/i) + \frac{h}{(1-b)x} (dh/h) \right]$$

$$\frac{dc}{c} = \frac{bi}{(1-b)c} (di/i) + \frac{bh}{(1-b)c} (dh/h) \quad (III)$$

Aplicando logaritmos a (29) y diferenciando miembro a miembro:

$$\log f + \log x = \log w + \log e$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{dw}{w} + \frac{de}{e}$$

Diferenciando (19-a) y haciendo las sustituciones y las reordenaciones correspondientes:

$$\frac{dx}{x} = f \frac{de}{e} - g \frac{dN}{N} + g \frac{di}{i} \quad (\text{IV})$$

$$f \frac{de}{e} = \frac{dx}{x} + g \frac{dN}{N} - g \frac{di}{i} \quad (\text{IV-a})$$

$$\frac{de}{e} = \frac{dx}{fx} + g \frac{dN}{fN} - g \frac{di}{fi}$$

$$\frac{dx}{x} - \frac{dw}{w} = \frac{dx}{fx} + g \frac{dN}{fN} - g \frac{di}{fi}$$

$$\frac{dw}{w} = \frac{dx}{x} - \frac{dx}{fx} - g \frac{dN}{fN} + g \frac{di}{fi}$$

$$\frac{dw}{w} = \frac{dx}{x} (1 - 1/f) - g/f (dN/N - di/i) \quad (\text{V})$$

Reemplazando la (I) en (IV-a)

$$f \frac{de}{e} = \frac{i}{(1-b)x} \frac{di}{i} + \frac{h}{(1-b)x} \frac{dh}{h} + g \frac{dN}{n} - g \frac{di}{i}$$

$$f \frac{de}{e} = \left[\frac{i}{(1-b)x} - g \right] \frac{di}{i} + \frac{h}{(1-b)x} \frac{dh}{h} + g \frac{dN}{N} \quad (\text{VI})$$

Las elasticidades de las variables endógenas en términos de las exógenas se obtienen así:

De la ecuación (I) y considerando derivadas parciales:

$$\frac{Dx}{x} = \frac{i}{(1-b)x} \quad \frac{di}{i}$$

$$\frac{Dx}{Di} \cdot \frac{i}{x} = \frac{i}{(1-b)x} = \frac{Ex}{Ei} \quad (33)$$

De la misma ecuación (I)

$$\frac{dx}{x} = \frac{h}{(1-b)x} \quad \frac{dh}{h}$$

$$\frac{dx}{dh} \cdot \frac{h}{x} = \frac{h}{(1-b)x} = \frac{Ex}{Eh} \quad (34)$$

De la relación (III)

$$\frac{dc}{c} = \frac{bi}{c(1-b)} \quad \frac{di}{i}$$

$$\frac{dc}{di} \cdot \frac{i}{c} = \frac{bi}{c(1-b)} = \frac{Ec}{Ei} \quad (35)$$

De la (III)

$$\frac{dc}{c} = \frac{bh}{c(1-b)} \cdot \frac{dh}{h}$$

$$\frac{dc}{dh} \cdot \frac{h}{c} = \frac{bh}{c(1-b)} = \frac{Ec}{Eh} \quad (36)$$

De la (VI):

$$f \frac{de}{e} = \left[\frac{i}{(1-b)x} - g \right] \frac{di}{i}$$

$$\frac{de}{e} = \frac{1}{f} \left[\frac{i}{(1-b)x} - g \right] \frac{di}{i}$$

$$\frac{de}{di} \cdot \frac{i}{e} = \frac{1}{f} \left[\frac{i}{(1-b)x} - g \right] = \frac{Ee}{Ei} \quad (37)$$

De la misma (VI):

$$f \frac{de}{e} = \frac{h}{(1-b)x} \quad \frac{dh}{h}$$

$$\frac{de}{e} = \frac{1}{f} \frac{h}{(1-b)x} \quad \frac{dh}{h}$$

$$\frac{de}{dh} \cdot \frac{h}{e} = \frac{h}{f(1-b)x} = \frac{Ee}{Eh} \quad (38)$$

Reemplazando (I) en (V):

$$\frac{dw}{w} = \left(1 - \frac{1}{f}\right) \left[\frac{i}{(1-b)x} \frac{di}{i} + \frac{h}{(1-b)x} \frac{dh}{h} \right] + \frac{g}{f} \left(\frac{dn}{N} - \frac{di}{i} \right)$$

$$\frac{dw}{w} = \left(1 - \frac{1}{f}\right) \frac{i}{(1-b)x} \frac{di}{i} + \left(1 - \frac{1}{f}\right) \frac{h}{(1-b)x} \cdot \frac{dh}{h} - \frac{g}{f} \frac{dN}{N} + \frac{g}{f} \frac{di}{i} \quad (VII)$$

Considerando derivadas parciales:

$$\frac{dw}{w} = \frac{di}{i} \left[\frac{(f-i)}{f} \frac{i}{(1-b)x} + \frac{g}{f} \right] \quad \text{pero } f-1 = -g$$

$$\frac{dw}{di} \cdot \frac{i}{w} = \frac{g}{f} - \frac{gi}{f(1-b)x} = \frac{Ew}{Ei} \quad (39)$$

De la misma relación (VII)

$$\frac{dw}{w} = \frac{(f-1)}{f} \frac{h}{(1-b)x} \frac{dh}{h}$$

$$\frac{dw}{dh} \cdot \frac{h}{w} = \frac{-gh}{f(1-b)x} = \frac{Ew}{Eh} \quad (40)$$

Como conclusión, y haciendo referencia a las objeciones constantes en la página 6 de las "observaciones", cabe indicar lo siguiente:

1. a) El consumo, calculado en la forma que se indica en la página 2 de este texto, podrá ser menor que el calculado por mínimos cuadrados, pero ello no significa que esté subestimado.
b) La razón de no considerar explícitamente los efectos de la redistribución del ingreso, tiene como se explicó, la razón básica de falta de datos estadísticos.
2. En razón de lo indicado el 1.- a), las observaciones 2) y 3) no tienen razón de ser.
3. Habiendo quedado en claro la Observación IV, la objeción a la determinación de salarios reales quedaría aclarada también.
4. En lo que se refiere a la Observación V, a continuación se determina la forma en que fué obtenido el índice de precios. Se usó, directamente, la función de producción, así:

$$X = d'D^f K^g$$

$$\log X = d + f \log D + g \log K$$

$$\log X - \log N = d + f \log D + g \log K - \log N$$

$$\log x = d + f \log D + g \log K - (f + g) \log N$$

$$\log x = d + f \log D - f \log N + g \log K - g \log N$$

$$\log x = d + f \log \left(\frac{D}{N} \right) + g \log \left(\frac{K}{N} \right)$$

$$\log x = d + f \log \left(\frac{D}{N} \right) + g \log \left(\frac{K}{PN} \right)$$

$$\log x = d + f \log \overset{K}{e} + g \log K + g \log P$$

$$\log P = \frac{1}{g} \log x - \frac{f}{g} \log e - \log K - \frac{d}{g}$$

5. En cuanto a las conclusiones 6 y 7, están suficientemente explicadas en los párrafos referentes a la forma de obtener la productividad marginal del capital y a la forma de obtención de los parámetros estructurales de la función consumo. No haría falta como se indica, reajustes en la inversión, y no es una coincidencia el que la tasa de crecimiento obtenida pueda "conformarse a las estimaciones del Modelo"