

El modelo de cobertura cambiaria de Gardner y Wuilloud (1995) aplicado a México*

Esteban Melo Jácome**

1. Introducción

Una mayor integración de los mercados financieros dentro de la llamada economía global, sumada al acelerado desarrollo tecnológico que permite a los analistas de inversiones obtener de manera instantánea en una pantalla datos del comportamiento de los mercados financieros a través de todo el mundo, ha hecho que las inversiones se vayan diversificando en mayor proporción ya que parte de ellas se hacen en activos foráneos.

La situación antes descrita requiere del inversionista una mayor preocupación frente a los riesgos del tipo de cambio que afectan el retorno de las inversiones en la moneda doméstica. Es así que se ha generado una creciente necesidad de estos inversionistas con portafolios en moneda extranjera, por determinar una medida óptima de cobertura cambiaria sobre sus inversiones en monedas foráneas.

La técnica más utilizada en el afán por encontrar la estrategia de cobertura óptima de la moneda foránea ("*optimal hedge ratio*"), utiliza métodos de optimización que toman posiciones cortas en "*forwards*" de

* El trabajo es parte de la tesis presentada por el autor previa la obtención del título de Maestría en la Universidad de ITAM en México. El autor agradece los comentarios realizados por Virginia Fierro-Renoy a esta versión.

** Economista de la Dirección General Bancaria, Banco Central del Ecuador.

tipo de cambio, en orden de compensar la exposición del subyacente portafolio internacional. La medida óptima de esta posición corta ha sido calculada usando la optimización de la función de utilidad de media-varianza a fin de encontrar la relación que maximice el riesgo-retorno ajustado del portafolio.

El objetivo del presente trabajo es el de estimar si una estrategia alternativa de cobertura, contraria a la de “cobertura óptima” para el caso de un inversionista que mantenga sus inversiones foráneas en CETES y el Índice de Precios y Cotizaciones de la bolsa mexicana (IPyC), produce el efecto demostrado por Gardner y Wuilloud [1995] (de aquí en adelante, “GW”). De acuerdo a GW, el utilizar el *ratio* de cobertura óptima origina un arrepentimiento (de aquí en adelante, “*regret*”) en el inversionista, el cual puede ser cuantificable en términos de la función de utilidad de media-varianza. Esto se puede apreciar en las secciones 2 y 3. En la Sección 4, se establece con la metodología de GW una medida óptima de cobertura cambiaria para el caso de portafolios de inversión cuyos activos foráneos se encuentren denominados en CETES e índice de la bolsa de valores mexicana (IPyC). A este “*regret*” se lo puede establecer cuando se considera la adopción de una estrategia de cobertura alternativa totalmente contraria a la óptima que fue utilizada. Finalmente, se buscará estimar cuál será el *ratio* de cobertura adecuado cuando se considera una estrategia de cobertura alternativa.

Contratos *forward* del tipo de cambio

Las coberturas sobre posiciones largas en inversiones denominadas en monedas foráneas se realizan por medio de posiciones en el mercado *forward* del tipo de cambio. Un contrato *forward* es un acuerdo para comprar o entregar a una fecha futura específica, un monto de moneda al tipo de cambio establecido previamente.

Coberturas de riesgo cambiario

Cuando hacemos mención a coberturas de riesgo cambiario, entendemos claramente que bajo este concepto subyace el riesgo asociado a la moneda, es decir el tipo de cambio. El debate sobre el tema ha sido amplio. Perold y Shulman [1988], por ejemplo, concluyen que en una perspectiva de largo plazo la exposición de la moneda podrá ser vista

como de cero retorno esperado. Uno de los artículos más discutidos sobre coberturas ha sido Black [1989] con su “*universal hedging*”, cuya fórmula se basa en el enfoque del CAPM de utilidad de media-varianza. Black señala que la cobertura óptima depende del retorno esperado del mercado mundial de portafolios, su volatilidad y el promedio de volatilidad de la tasa de cambio. Al ser así, este *ratio* de cobertura no es estable pues se basa en variables observadas que son inestables. Black asigna un rango de cobertura óptima de entre 0.3 y 0.77.

El planteamiento de cobertura universal desarrollado por Black tiene varios detractores, entre ellos Jorion [1993], quien critica el hecho de que Black asumió implícitamente que todos los inversionistas tienen la misma tolerancia al riesgo y que cada riqueza nacional es exactamente igual al valor de su mercado accionario. Esta crítica es compartida por otros investigadores en la materia Adler y Prasad [1992], por ejemplo, concluyen que la universalidad del *ratio* de cobertura se origina en el supuesto de homogeneidad de los inversionistas en todo el mundo.

El análisis teórico en este tema, utiliza el concepto del “*international asset pricing model*” (IAPM), el cual considera el CAPM y lo adapta al mercado internacional. El IAPM integra al riesgo de tipo de cambio y diferentes tasas de interés en varios países bajo la perspectiva de media-varianza del CAPM. El IAPM mantiene su consistencia cuando los portafolios son diversificados con activos internacionales, tomando en consideración, por supuesto, el riesgo de moneda.

2. Cobertura óptima para portafolios de media varianza

En esta sección vamos a entrar a fondo en el análisis de GW, por lo que, a fin de ilustrar la metodología utilizada por los autores, partimos del cálculo del “*optimal hedge ratio*”.

Consideremos un portafolio que contiene activos domésticos y foráneos y que tiene posiciones largas en los activos foráneos y una posición en un contrato *forward* del tipo de cambio, el mismo que se utiliza para cubrir el riesgo asociado con la posición larga en el activo foráneo. Los inversionistas institucionales comúnmente usan un modelo para calcular el *ratio* de cobertura (el tamaño de la posición en el *forward* del tipo de

cambio) para su portafolio de inversiones foráneas. Los retornos en la moneda foránea es probable que estén representados por el peso de los retornos de las monedas en los cuales han invertido sus capitales.

Así, un inversionista comienza con una riqueza inicial de $W_0 = W_d + W_f$. A la riqueza asignada en los activos foráneos la denominamos W_f y, la diferencia, W_d , será invertida en activos domésticos. Al invertir en estas dos clases de activos, el inversionista puede establecer una posición corta en el mercado *forward* de monedas. El tipo de cambio *forward* es F_0 ; el tipo de cambio está expresado en unidades de la moneda doméstica por unidad de moneda foránea y al final del período el inversionista tendrá una riqueza aleatoria de \tilde{W}_1 igual a,

$$\tilde{W}_1 = (W_0 - W_f)(1 + \tilde{r}_d) + W_f(1 + \tilde{r}_f) - H(\tilde{E}_1 - F_0) \quad (1)$$

donde:

- \tilde{r}_d = tasa de retorno de los activos domésticos
- \tilde{r}_f = tasa de retorno del activo foráneo, expresado en términos de la moneda doméstica
- \tilde{E}_1 = tipo de cambio *spot* al final del período
- H = tamaño de la posición corta en un contrato *forward* del tipo de cambio (nótese el signo negativo). H es el número de monedas foráneas cubiertas.

Definiendo las proporciones de W_0 invertidas en el país doméstico y el país foráneo como,

$$w_d = \frac{W_d}{W_0} \quad \text{y} \quad w_f = \frac{W_f}{W_0}$$

Asumimos que $w_d, w_f > 0$, pues se tienen posiciones largas en los dos países. Nótese que,

$$w_d + w_f = 1 \quad (2)$$

w_d = es la fracción de W_0 asignada al activo doméstico

w_f = es la fracción de W_0 asignada al activo foráneo

El *ratio* de cobertura (la fracción de W_x cubierta con una posición corta en el mercado *forward* de la moneda) es,

$$h = \frac{E_0 H}{W_f} \quad (3)$$

o bien,

$$H = \frac{h W_f}{E_0} \quad (3')$$

El “retorno” de una posición larga en el *forward* del tipo de cambio es,

$$\tilde{e} = \frac{\tilde{E}_1 - F_0}{E_0} \quad (4)$$

A \tilde{e} también se le llama la “sorpresa cambiaria” (en adelante “*currency surprise*”), que es la diferencia entre el tipo de cambio *spot* y el tipo de cambio *forward*, que cotizó hace un período. Así, (1) es equivalente a,

$$\frac{\tilde{W}_1 - W_0}{W_0} = \frac{(W_0 - W_f)(1 + \tilde{r}_d) + W_f(1 + \tilde{r}_f) - H(\tilde{E}_1 - F_0) - W_0}{W_0}$$

$$1 + \tilde{r}_p = w_d(1 + \tilde{r}_d) + w_f(1 + \tilde{r}_f) - \frac{H(\tilde{E}_1 - F_0)}{W_0} - 1 \quad (1')$$

Sustituyendo (3') en (1') y despejando tenemos,

$$\tilde{r}_p = w_d \tilde{r}_d + w_f \tilde{r}_f - w_f h \tilde{e} \quad (5)$$

Ahora, defínase el “retorno no cubierto” como,

$$\tilde{r}_u = w_d \tilde{r}_d + w_f \tilde{r}_f \quad (6)$$

por lo cual (5) puede re expresarse como,

$$\tilde{r}_p = \tilde{r}_u - w_f h \tilde{e} \quad (5')$$

La ecuación (5') nos dice que el retorno total del portafolio iguala al retorno del portafolio no cubierto más el retorno de la posición de cobertura en el mercado *forward*.

El *ratio* de cobertura óptima h^* es el valor de h que maximiza la utilidad esperada. La función de utilidad que se supone es lineal en σ_p^2 ,

$$\bar{U} = \bar{r}_p - \frac{1}{T} \sigma_p^2 \quad (7)$$

donde,

\bar{U} = la utilidad esperada

\bar{r}_p = retorno esperado del portafolio

T = nivel de tolerancia al riesgo del inversionista. $T > 0$ indica adverso al riesgo, $T = 0$ neutral al riesgo y $T < 0$ amante al riesgo

σ_p^2 = varianza del retorno del portafolio

Nos interesa calcular la h en (5') que nos maximice la utilidad esperada (7). Así, para derivar el *ratio* óptimo de cobertura h^* sustituimos (5') en (7), y luego derivamos con respecto a h ; igualamos a cero y despejamos por h^* . Suponemos además que w_d y w_f ya están dados.

Tomando expectativas en (5'),

$$E[\tilde{r}_p] = E[\tilde{r}_u] - w_f h E[\tilde{e}] \quad (8)$$

$$\sigma_p^2 = \sigma_u^2 + w_f^2 h^2 \sigma_e^2 - 2w_f h \rho_{ue} \sigma_u \sigma_e \quad (9)$$

Sustituyendo (8) y (9) en (7),

$$\bar{U} = E[\tilde{r}_u] - w_f h E[\tilde{e}] - \frac{1}{T} [\sigma_u^2 + w_f^2 h^2 \sigma_e^2 - 2w_f h \rho_{ue} \sigma_u \sigma_e]$$

Derivando con respecto a h e igualando a cero,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{U}}{\partial h} &= -w_f E[\tilde{e}] - \frac{1}{T} [2w_f^2 \sigma_e^2 h^* - 2w_f \rho_{ue} \sigma_u \sigma_e] = 0 \\ \Rightarrow \quad h^* &= \frac{1}{w_f} \left[\frac{\sigma_u}{\sigma_e} \rho_{ue} - \frac{T E[\tilde{e}]}{2 \sigma_e^2} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

Tomando en cuenta que $\rho_{ue} = \frac{COV(\tilde{r}_u, \tilde{e})}{\sigma_u \sigma_e}$, (10) puede re expresarse como,

$$h^* = \left[\frac{COV(\tilde{r}_u, \tilde{e}) - \frac{T E[\tilde{e}]}{2}}{w_f \sigma_e^2} \right] \quad (10')$$

Nótese en (3) que h y H tienen el mismo signo (pues $E_o, W_f > 0$). Si h^* es negativo, H es también negativo, y por (1) tenemos una posición larga en el contrato *forward* de la moneda. Si h^* es positivo, H también

lo es y, por (1), indica una posición corta en el *forward* del tipo de cambio. Muchos inversionistas restringen el rango del *ratio* de cobertura entre cero (completamente descubierta la posición de la moneda) y uno (completamente cubierta):

$$h_{restringido}^* \begin{cases} 0, & \text{si } h^* < 0 \\ h^*, & \text{si } 0 \leq h^* \leq 1 \\ 1, & \text{si } h^* > 1 \end{cases}$$

Para los cálculos realizados en el presente trabajo y, en orden de hacer el análisis más relevante al típico inversionista, usaremos $h_{restringido}^*$ en vez de h^* .

Sensibilidad de h^* a sus argumentos

Derivamos a (10') con respecto a cada uno de sus argumentos.

$$\frac{\partial h^*}{\partial \sigma_e^2} = \frac{- \left[COV(\tilde{r}_u, \tilde{e}) - \frac{TE[\tilde{e}]}{2} \right] w_f}{w_f^2 \sigma_e^4} = - \frac{\frac{TE[\tilde{e}]}{2} - COV(\tilde{r}_u, \tilde{e})}{w_f \sigma_e^4}}{w_f \sigma_e^4} < > 0$$

El signo dependerá del signo del numerador.

$$\frac{\partial h^*}{\partial w_f} = \frac{- \left[COV(\tilde{r}_u, \tilde{e}) - \frac{TE[\tilde{e}]}{2} \right] \sigma_e^2}{w_f^2 \sigma_e^4} - \frac{\frac{TE[\tilde{e}]}{2} - COV(\tilde{r}_u, \tilde{e})}{w_e^2 \sigma_e^2}}{w_e^2 \sigma_e^2} < > 0$$

Otra vez, el signo depende del signo del numerador.

$$\frac{\partial h^*}{\partial COV(\tilde{r}_u, \tilde{e})} = \frac{w_f \sigma_e^2 - \left[COV(\tilde{r}_u, \tilde{e}) - \frac{TE[\tilde{e}]}{2} \right] \cdot 0}{w_f^2 \sigma_e^4} = \frac{1}{w_f \sigma_e^2} > 0$$

Entre más positiva sea la covarianza entre el retorno del portafolio no cubierto y el “*currency surprise*”, más conviene ir en corto en el *forward* del tipo de cambio. Recordemos que h es el tamaño de la posición corta en $\tilde{\epsilon}$, que $COV(\tilde{r}_u, \tilde{\epsilon}) > 0 \Rightarrow COV(\tilde{r}_u, -\tilde{\epsilon}) < 0$ y que la presencia de una covarianza negativa permite una fuerte reducción en el riesgo del portafolio.

$$\frac{\partial h^*}{\partial E[\tilde{\epsilon}]} = -\frac{w_f \sigma_{\epsilon}^2 T}{2} < 0$$

El “*currency surprise*” esperado actúa en sentido inverso a h^* . Si $E[\tilde{\epsilon}]$ aumenta, entonces h^* será menor, por lo que la exposición al riesgo de la moneda incrementará el retorno total del portafolio al cubrirse menos con el *forward* del tipo de cambio.

$$\frac{\partial h^*}{\partial T} = -\frac{w_f \sigma_{\epsilon}^2 E[\tilde{\epsilon}]}{2} < > 0$$

El signo dependerá del signo de $-E[\tilde{\epsilon}]$. Si el “*currency surprise*” es positivo, $\frac{\partial h^*}{\partial T} < 0$: entre más adverso se es al riesgo, menos conviene ir en corto en el *forward* del tipo de cambio (es decir, se tiende a ir en largo en el *forward*). Si el “*currency surprise*” es negativo, $\frac{\partial h^*}{\partial T} > 0$: entre más adverso se es al riesgo, más conviene ir en corto en el *forward* del tipo de cambio.

3. Cobertura óptima versus cobertura alternativa

Como se definió en la sección anterior, el *ratio* óptimo de cobertura puede ser utilizado por inversionistas que manejan portafolios que incluyen activos de inversión foránea. Con el análisis de GW vamos a demostrar que una estrategia de riesgo de tipo de cambio que usa el *ratio*

de cobertura óptima, h^* , no siempre va a satisfacer a muchos inversionistas institucionales. En efecto, se demostrará que estos pueden experimentar un “*regret*”, frecuente y medible cuando este desempeño es evaluado en horizontes cortos de tiempo. La segunda parte del análisis consistirá en examinar cómo el inversionista puede manejar su exposición al “*regret*”; más aún, se verá cómo puede manejar el “*regret*” esperado si no deseara usar h^* .

Se demuestra, por otro lado, que una estrategia de cobertura $h = 50\%$ puede ser atractiva para inversionistas con moderados a altos niveles de tolerancia al riesgo y horizontes cortos de tiempo. Esta estrategia puede reducir significativamente el “*regret*” esperado, mientras causa tan solo una leve reducción en la utilidad esperada.

Para este efecto, se utilizó la metodología que utilizan GW para la estructura de portafolios de inversión (en un ejemplo para cinco países). Los autores analizaron estrategias alternativas al *ratio* de cobertura óptimo para poner en evidencia medidas y evaluación del “*regret*”. Utilizando la misma metodología, en la siguiente sección, analizamos la estructura de un portafolio que contiene como inversiones foráneas a los CETES e IPyC y, luego, se evalúan los resultados.

El “*regret*” o arrepentimiento

Para analizar el “*regret*” asociado con el uso del óptimo *ratio* de cobertura, vamos a definirlo de manera más adecuada. Dado que $U(\tilde{r}_p(h^*))$ es la utilidad percibida cuando se usa el *ratio* óptimo de cobertura h^* , y que $U(\tilde{r}_p(h^a))$ es la utilidad realizada cuando se utiliza un *ratio* de cobertura alternativo, definimos al “*regret*” como:

$$\text{Regret} = \text{MAX} [U(\tilde{r}_p(h^a)) - U(\tilde{r}_p(h^*)) = 0] \quad (11)$$

Es decir, cuando para el portafolio se está usando $h^* \neq h^a$, el inversionista experimenta un “*regret*” igual a la diferencia en las utilidades de ambas estrategias. Cuando el portafolio que utiliza h^* da

mayor utilidad, el “*regret*” será cero en cuyo caso podemos decir que el inversionista no experimentó el “*regret*”. Obsérvese que el “*regret*” se mide en unidades de tasa de retorno justamente como lo hace la función de utilidad; por consiguiente, las medidas de “*regret*” pueden ser directamente comparadas entre sí.

Cuando un inversionista se encuentra considerando un período futuro de evaluación, el “*regret*” en ese período es una variable aleatoria, por lo que el “*regret*” esperado puede ser estimado. Este “*regret*” esperado puede también ser descompuesto en el producto de dos cantidades: la *frecuencia* del “*regret*” (el porcentaje de tiempo en que ocurre el “*regret*”) y la *magnitud* del “*regret*” (el valor esperado del “*regret*” cuando éste ocurre):

$$\text{Expected regret} = \text{Frecuencia del regret} \times \text{Magnitud del regret} \quad (12)$$

La separación del “*regret*” esperado de acuerdo a (12) es adecuada cuando un inversionista asigna especial importancia a uno de estos dos componentes. Por ejemplo, un inversionista en particular podría tener más interés sobre una estrategia de cobertura que tenga una baja frecuencia, pero una muy larga magnitud de “*regret*”, comparada con otra estrategia que tenga el mismo “*regret*” esperado pero con una alta frecuencia y una pequeña magnitud de “*regret*”.

Estimación del “*regret*” por simulación de Monte Carlo

GW estructuraron un experimento de simulación. Primero, se calcularon retornos históricos para típicos portafolios institucionales en cinco países. La Tabla 1 nos indica cómo se construyeron estos retornos, cuyos datos se utilizaron para calcular los parámetros en la Tabla 2. Luego se utilizaron estos parámetros a fin de calcular la $h^*_{\text{restringida}}$ para inversionistas en cada país. Los valores de h^* y las estadísticas muestrales utilizadas para su cálculo se muestran en la Tabla 2.

Tabla 1
Series usadas por GW para calcular los parámetros en la Tabla 2

	EU	UK	Japón	Canadá	Australia
Muestra	mensual	mensual	mensual	mensual	mensual
Periodo	1978-1992	1978-1992	1978-1992	1978-1992	1978-1992
Activo doméstico	50% S.&P500	64% FT-A todo acciones	29% TOPIX	49% TSE 300	60% A.S.E. todas ordinarias
	50% Lehman Govt. Bond Index	36% FT-A UK gobierno todo stocks	71% IMF L.plazo Gobierno Salomon B. BNI Japón	51% Scotia McLeod Bonos a Lgo Plazo	40% Commonwealth todas las series y Vctos de los bancos
Activo foráneo	MSCI-EAFE	10 países	10 países	10 países	11 países
wd / wf	80% / 20%	70% / 30%	85% / 15%	82% / 18%	75% / 25%

Fuente: GW, p. 62

Tabla 2
Parámetros usados en GW para las simulaciones

	EU	UK	Japón	Canadá	Australia
Periodo	1978-92	1978-92	1978-92	1978-92	1978-92
$h_{restringido}$	0	1	0	0	0
h^a	1	0	1	1	1
$E[\tilde{e}]$	1.07%	-0.42%	-0.14%	-0.20%	0.55%
$E[\tilde{r}_u]$	13.64%	6.88%	8.83%	13.30%	15.89%
σ_e	10.67%	10.05%	10.85%	7.09%	12.74%
σ_u	9.96%	12.68%	7.05%	11.14%	12.51%
ρ_{ue}	0.26	0.24	-0.04	-0.07	0.03
w_f	0.2	0.3	0.15	0.18	0.25

Fuente: GW, p. 62.

Se puede apreciar que para cada país la $h_{restringida}^*$ resulto ser cero o uno.

Se propuso que el *ratio* alternativo de cobertura h^a sea el otro valor extremo.

Utilizando los valores estimados en la Tabla 2, simulamos para cada país series mensuales de \tilde{r}_u y \tilde{e} para portafolios usando $h_{restringida}^*$ y h^a sobre intervalos de tiempo de uno, tres, cinco y diez años. Para la simulación, asumimos el siguiente proceso bivariado para \tilde{r}_u y \tilde{e} :

$$\begin{aligned}\tilde{r}_u &= E[\tilde{r}_u] \Delta t + \sigma_u \tilde{Z}_u \sqrt{\Delta t} \\ \tilde{e} &= E[\tilde{e}] \Delta t + \sigma_e \tilde{Z}_e \sqrt{\Delta t}\end{aligned}$$

donde:

$$\tilde{Z}_e \sim N(0,1)$$

y

$$\tilde{Z}_u = \rho_{ue} \cdot \tilde{Z}_e + \sqrt{1 - \rho_{ue}^2} \cdot \tilde{X},$$

donde:

$$\tilde{X} \sim N(0,1)$$

y

$$COV(\tilde{Z}_u, \tilde{X}) = 0.$$

Como los parámetros son anuales, simulamos retornos mensuales, $\Delta t = 1/12$. Con las series simuladas y (5) calculamos el promedio muestral y la desviación estándar muestral de \tilde{r}_p del portafolio que emplea $h_{restringida}^*$, y del portafolio que emplea h^a . Luego, por (7) establecimos la utilidad realizada para cada portafolio y, tomando (11) las comparamos para establecer si se presentó el “*regret*”. Asumimos una tolerancia al riesgo de $T=0.5$.

En la Tabla 3 se encuentra un resultado del modelo de hoja de cálculo utilizado para la simulación para el caso de Estados Unidos de América, (EU), con horizonte de inversión de un año. Si el “*regret*” se presenta, registramos su magnitud. Repetimos este proceso mil veces a fin de calcular el “*regret*” promedio; la frecuencia con la cual ocurrió y su valor promedio (la magnitud del “*regret*”). Estos cálculos son respectivamente nuestras estimaciones del “*regret*” esperado, su frecuencia y su magnitud. Para el caso de EU podemos observar en las celdas I13:I15 de la Tabla 3, que (12) se cumple: $0.82\% = 48\% \times 1.71\%$.

En la Tabla 4 se reportan los resultados de GW y los resultados utilizando las hojas de cálculo para un horizonte de un año “*HEDGE1A.XLS*”; para un horizonte de tres años “*HEDGE3A.XLS*”; para 5 años “*HEDGE5A.XLS*” y para un horizonte de 10 años “*HEDGE10A.XLS*”. Podemos observar que los resultados obtenidos se ajustan muy bien a los de GW. Se puede apreciar, así mismo, el mejoramiento de la utilidad de media-varianza que en teoría se obtiene al utilizar h^* restringida en lugar de h^a . Estos valores de mejora en la utilidad fueron obtenidos utilizando (7) y los parámetros en la Tabla 2.

El tamaño de dicha mejora provee una medida de escala que se puede usar en cada país para evaluar el “*regret*” esperado y su magnitud, los cuales son expresados en unidades de tasa de retorno anualizada. Estos valores de mejora en la utilidad se los puede apreciar en la Tabla 3 para Estados Unidos y en la Tabla 4 para todos los países.

Los resultados obtenidos (ver Tabla 4) proveen una interesante intuición sobre el “*regret*”. La expectativa del “*regret*” disminuye a medida que el horizonte de inversión se incrementa, lo que nos indica que para períodos más largos de tiempo desaparecería. Así, cuando el horizonte es de diez años, un portafolio totalmente cubierto ($h^a = 1$) tiene expectativa de “*regret*” de 0.23%, mientras para un horizonte de 1 año es 0.82%. Para el período de tiempo de un año, el “*regret*” esperado (0.82%) y su magnitud (1.71%) es varias veces más grande que la mejora en la utilidad producida por el uso de h^* (0.08%). Por lo que un inversionista que invierte en horizontes cortos probablemente concluirá que el “*regret*” es importante; sin embargo, para períodos más largos esta conclusión no es tan obvia, pues va a depender del grado de sensibilidad del inversionista al “*regret*”.

Tabla 3

Output de la Hoja de cálculo "HEDGEIA.XLS"

Cálculos de "Regret" para un Portafolio con 80% en USA y 20% en MSC-EAFE. Horizonte=1 año, T=0,5, Cifras Expuestas en US\$

(19/III/97)

Modelo a 1 año (n=12 meses)

Inputs en negrita

mes	parametro		muestral	parametro		valor	Promedio de muestral de		Varianza de muestra de		"Regret"
	valor (anual)	delta		n	T		Regret	con ha	Regret	con ha	
1	me	1.07%	-0.068	parametro	0.083	0.083	3.46%	0.1130%	0.188%	3.23%	0.188%
2	E(q)=	13.64%	0.484	n	1000	1000	3.34%	0.1482%	3.05%	3.05%	
3	E(r)=	10.67%	0.125	T	0.5	0.5					
4	sigu	9.96%	0.133	ha	1	1					
5	rhoou	26.90%	0.732	Util, con h*	0.117	0.117					
6	wf	20%	0.04	Util, con ha	0.116	0.116					
7	h*	0	0.084%	Mejora en Util.	0.084%	0.084%					
8	h**zasil	0	-0.08%	Reduccion en Util.	-0.08%	-0.08%					
<p>RESULTADOS:</p> <p>Regret Esperado: 0.82% (anualizado)</p> <p>Frecuencia de Regret: 48.80% (anualizado)</p> <p>Magnitud de Regret: 1.71% (anualizado)</p>											
<p>Output del macro:</p> <p>Regret Iteration #: 1000</p>											
1	Ze	1.89	6.58%	e	-0.71%	6.58%	6.72%	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	
2	0.99	2.61	8.65%	3.15%	8.65%	8.65%	8.07%	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	
3	0.19	0.42	2.34%	0.69%	2.34%	2.34%	2.10%	9.46E-34	9.46E-34	9.46E-34	
4	-1.28	-1.88	-4.28%	-3.84%	-4.28%	-4.28%	-3.51%	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	
5	-2.11	-1.23	-2.41%	-6.41%	-2.41%	-2.41%	-1.13%	9.55E-34	9.55E-34	9.55E-34	
6	-0.77	0.53	2.67%	-2.29%	2.67%	2.67%	3.13%	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	
7	-0.25	0.48	2.53%	-0.67%	2.53%	2.53%	2.56%	4.84E-34	4.84E-34	4.84E-34	
8	-1.35	0.17	1.64%	-4.06%	1.64%	1.64%	2.45%	8.47E-34	8.47E-34	8.47E-34	
9	0.49	2.29	7.73%	1.60%	7.73%	7.73%	7.41%	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	
10	0.43	1.54	5.56%	1.43%	5.56%	5.56%	5.17%	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	
11	-0.91	0.91	-2.71%	-3.74%	-2.71%	-2.71%	4.28%	1.33E-33	1.33E-33	1.33E-33	
12	2.18	1.48	5.38%	6.80%	5.38%	5.38%	4.32%	3.54E-34	3.54E-34	3.54E-34	
								0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	
								1.84E-33	1.84E-33	1.84E-33	
								0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	
								0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	
								0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	
								1.36E-33	1.36E-33	1.36E-33	

Nota:

En "HEDGEIA.XLS" generamos 36 Ze's y Zu's.

En "HEDGEIA.XLS" generamos 60 Ze's y Zu's.

En "HEDGEIA.XLS" generamos 120 Ze's y Zu's.

Tabla 4
"Regret" esperado y sus componentes para horizontes de inversión de 1,3, 5, y 10 años, con $T=0.5$
Resultados en GW, p. 63:

	EU	UK	Japón	Canadá	Australia
<i>Optimal Policy (h^*)</i>	<i>Unhedged ($h^*=0$)</i>	<i>Hedged ($h^*=1$)</i>	<i>Unhedged ($h^*=0$)</i>	<i>Unhedged ($h^*=0$)</i>	<i>Unhedged ($h^*=0$)</i>
<i>Alternative Policy (h^d)</i>	<i>Hedged ($h^d=1$)</i>	<i>Unhedged ($h^d=0$)</i>	<i>Hedged ($h^d=1$)</i>	<i>Hedged ($h^d=1$)</i>	<i>Hedged ($h^d=1$)</i>
<i>Improvement in utility</i>	0.08%	0.31%	0.05%	0.04%	0.29%
<i>1-year Horizon</i>					
<i>Expected Regret</i>	0.82%	1.02%	0.63%	0.50%	1.16%
<i>Frequency of Regret</i>	47.50%	46.00%	47.80%	48.20%	45.60%
<i>Magnitude of Regret</i>	1.73%	2.21%	1.32%	1.04%	2.54%
<i>3-year Horizon</i>					
<i>Expected Regret</i>	0.45%	0.55%	0.34%	0.27%	0.60%
<i>Frequency of Regret</i>	47.30%	42.40%	47.20%	47.30%	42.50%
<i>Magnitude of Regret</i>	0.95%	1.30%	0.73%	0.58%	1.42%
<i>5-year Horizon</i>					
<i>Expected Regret</i>	0.34%	0.39%	0.26%	0.21%	0.43%
<i>Frequency of Regret</i>	46.10%	41.30%	47.10%	47.00%	42.20%
<i>Magnitude of Regret</i>	0.73%	0.95%	0.55%	0.44%	1.02%
<i>10-year Horizon</i>					
<i>Expected Regret</i>	0.22%	0.25%	0.17%	0.14%	0.26%
<i>Frequency of Regret</i>	44.90%	37.90%	45.90%	46.60%	38.00%
<i>Magnitude of Regret</i>	0.49%	0.65%	0.37%	0.29%	0.69%

Resultados usando "HEDGE1A.XLS", "HEDGE3A.XLS", "HEDGE5A.XLS" y "HEDGE10A.XLS"

	EU	UK	Japón	Canadá	Australia
<i>Optimal Policy (h^*)</i>	<i>Unhedged ($h^*=0$)</i>	<i>Hedged ($h^*=1$)</i>	<i>Unhedged ($h^*=0$)</i>	<i>Unhedged ($h^*=0$)</i>	<i>Unhedged ($h^*=0$)</i>
<i>Alternative Policy (h^d)</i>	<i>Hedged ($h^d=1$)</i>	<i>Unhedged ($h^d=0$)</i>	<i>Hedged ($h^d=1$)</i>	<i>Hedged ($h^d=1$)</i>	<i>Hedged ($h^d=1$)</i>
<i>Improvement in utility</i>	0.08%	0.31%	0.05%	0.04%	0.29%
<i>1-year Horizon</i>					
<i>Expected Regret</i>	0.82%	1.04%	0.60%	0.49%	1.18%
<i>Frequency of Regret</i>	48.00%	44.90%	45.80%	47.60%	45.60%
<i>Magnitude of Regret</i>	1.71%	2.33%	1.31%	1.04%	2.61%
<i>3-year Horizon</i>					
<i>Expected Regret</i>	0.45%	0.54%	0.36%	0.28%	0.62%
<i>Frequency of Regret</i>	46.40%	44.10%	48.40%	48.70%	44.60%
<i>Magnitude of Regret</i>	0.97%	1.23%	0.75%	0.58%	1.40%
<i>5-year Horizon</i>					
<i>Expected Regret</i>	0.34%	0.39%	0.27%	0.21%	0.46%
<i>Frequency of Regret</i>	45.00%	39.20%	47.90%	46.40%	43.70%
<i>Magnitude of Regret</i>	0.75%	1.00%	0.57%	0.46%	1.06%
<i>10-year Horizon</i>					
<i>Expected Regret</i>	0.23%	0.24%	0.18%	0.14%	0.27%
<i>Frequency of Regret</i>	45.80%	37.10%	46.90%	46.10%	37.60%
<i>Magnitude of Regret</i>	0.49%	0.64%	0.39%	0.30%	0.71%

Tabla 5					
Ratios de "regret" esperado relativos a la mejora teórica de utilidad para un horizonte de inversión de un año					
<i>Resultados en GW, p. 64:</i>					
<i>(Stock/Bond Allocation)</i>	EU	UK	Japón	Canadá	Australia
<i>T=0.1 (19%/81%)</i>	1.7	0.9	1.6	1.5	1.3
<i>T=0.25 (37%/64%)</i>	17.2	2.0	4.8	4.4	2.6
<i>T=0.50 (66%/34%)</i>	9.9	3.3	12.6	12.5	4.0
<i>T=0.75 (95%/5%)</i>	6.2	4.3	23.7	46.3	5.0
<i>T=1 (100%/0%)</i>	5.3	4.8	40.3	1024.8	5.6
<i>Resultados usando (21) y "HEDGE1A.XLS":</i>					
<i>(Stock/Bond Allocation)</i>	EU	UK	Japón	Canadá	Australia
<i>T=0.10 (20%/80%)</i>	1.7	0.9	1.6	1.5	1.3
<i>T=0.25 (39%/61%)</i>	17.9	2.1	4.5	4.4	2.6
<i>T=0.50 (71%/29%)</i>	10.4	3.6	12.8	13.2	3.8
<i>T=0.75 (100%/0%)</i>	6.3	4.3	24.9	41.8	4.6
<i>T=1 (100%/0%)</i>	5.6	5.3	41.9	2643.5	5.4

Sensibilidad de los resultados a T

El resultado de estas simulaciones se basa en lo que se asume acerca de la distribución del "currency surprise" y los retornos de los otros activos, así como del nivel de tolerancia al riesgo del inversionista. La pregunta es cuán sensible es el análisis cuando cambian estas distribuciones y los retornos de los activos. Como se puede observar, los resultados son muy similares para los cinco países considerados (Tabla 4) a pesar de la diferencia en los parámetros (Tabla 2).

Al examinar la sensibilidad de los resultados a cambios en T , repetimos el análisis para niveles de tolerancia al riesgo de $T= 0.1, 0.25, 0.75$ y 1 . En la Tabla 5 se presentan estos resultados, tanto los de GW y los estimados con "HEDGE1A.XLS". Para un inversionista con un horizonte de inversión de un año, se puede apreciar que para cada nivel de T se han determinado los pesos óptimos de inversión en renta fija y renta variable (pesos que fueron calculados en base a la construcción de un portafolio compuesto enteramente por activos de renta fija y renta variable en EU). La diferencia que se observa entre los resultados de GW y los estimados en nuestro análisis, se debe a que GW toman los retornos de bonos del índice de Lehman Brothers y acciones del S&P500, mientras que nosotros usamos los retornos del S&P 500 para acciones y en renta fija un índice de bonos gubernamentales cotizados por Merrill Lynch para el período analizado por GW1978-1992.

Determinación de ponderaciones óptimas en renta fija y renta variable

Para el cálculo de pesos óptimos a invertir en renta variable *versus* renta fija, se utilizó la siguiente derivación matemática de la función de utilidad de media-varianza, donde se define como π_x al monto invertido en renta variable y $1 - \pi_x$ al monto invertido en renta fija. Maximizamos la función de utilidad con respecto a π_x y encontramos el valor de π_x^* que será el monto óptimo a ser invertido en activos de renta variable. Su diferencia con respecto a 1 nos dará el valor óptimo a ser invertido en activos de renta fija.

$$\tilde{U} = \tilde{r}_p - \frac{1}{T} \sigma_{\tilde{r}_p}^2$$

π_s = porcentaje invertido en acciones (renta variable)

$\pi_B = 1 - \pi_s$ = porcentaje invertido en bonos (renta fija)

$$\tilde{r}_p = \pi_s \tilde{r}_S + (1 - \pi_s) \tilde{r}_B$$

$$\sigma_p^2 = \pi_s^2 \sigma_S^2 + (1 - \pi_s)^2 \sigma_B^2 + 2\pi_s (1 - \pi_s) \rho_{SB} \sigma_S \sigma_B$$

$$\tilde{U} = \pi_s \tilde{r}_S + (1 - \pi_s) \tilde{r}_B - \frac{1}{T} (\pi_s^2 \sigma_S^2 + (1 - \pi_s)^2 \sigma_B^2 + 2\pi_s (1 - \pi_s) \rho_{SB} \sigma_S \sigma_B)$$

$$\tilde{U} = \pi_s \tilde{r}_S + \tilde{r}_B - \pi_s \tilde{r}_B - \frac{1}{T} (\pi_s^2 \sigma_S^2 + \sigma_B^2 - 2\pi_s \sigma_B^2 + \pi_s^2 \sigma_B^2 + 2\pi_s \rho_{SB} \sigma_S \sigma_B - 2\pi_s^2 \rho_{SB} \sigma_S \sigma_B)$$

$$\underset{\pi_s}{MAX} E(\tilde{U}) = \underset{\pi_s}{MAX} E(\tilde{r}_p) - \frac{1}{T} \sigma_p^2$$

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \pi_s} = \tilde{r}_S - \tilde{r}_B - \frac{1}{T} (2\pi_s^* \sigma_S^2 - 2\sigma_B^2 + 2\pi_s^* \sigma_B^2 + 2\rho_{SB} \sigma_S \sigma_B - 4\pi_s^* \rho_{SB} \sigma_S \sigma_B) = 0$$

Despejando π_s^* ,

$$\pi_s^* = \frac{(\tilde{r}_B - \tilde{r}_S)T - 2\sigma_B^2 + 2COV(\tilde{r}_S, \tilde{r}_B)}{4COV(\tilde{r}_S, \tilde{r}_B) - 2\sigma_S^2 - 2\sigma_B^2} \quad (13)$$

(13) se usó en la Tabla 5, para diferentes niveles de tolerancia al riesgo $T = 0.1, 0.25, 0.50, 0.75$ y 1 . Como se puede observar en la Tabla 5, a medida en que la tolerancia al riesgo se incrementa, el porcentaje invertido en el activo más riesgoso (acciones) se hace más grande.

Debido a que el “*regret*” se mide en unidades de utilidad y los diferentes niveles de tolerancia al riesgo corresponden a diferentes funciones de utilidad, los “*regret*” esperados calculados para diferentes niveles de riesgo no son directamente comparables. Para solucionar este problema, la Tabla 5 nos da el *ratio* de “*regret*” esperado en relación a la mejora en la utilidad (usando (7)) que un inversionista experimenta en teoría al utilizar h^* en lugar de h^a . En este sentido, como el “*regret*” y la mejora en la utilidad están medidos en términos de la misma función de utilidad, estos *ratios* pueden ser directamente comparables. Podemos así, evidenciar el efecto directo del “*regret*” y su importancia frente a la estrategia óptima de cobertura. Podemos ver que esta importancia aumenta cuando sube el nivel de tolerancia al riesgo. Esta no es una simple relación de cantidades. La relación entre “*regret*” y tolerancia al riesgo es compleja y depende de la medida relativa del valor esperado del “*currency surprise*”, (\tilde{e}) y la correlación entre éste y \tilde{r}_u .

Como conclusión del análisis de la Tabla 5, podemos decir que, excepción hecha de los inversionistas con bajos niveles de tolerancia al riesgo, el tamaño del “*regret*” esperado es algunas veces mayor a la mejora en la utilidad que se obtiene cuando se utiliza el *ratio* óptimo de cobertura. Aparentemente, el resultado del “*regret*” parecería ser relevante para inversionistas corto placistas con altos niveles de tolerancia al riesgo.

Administrando el *regret*

Hemos señalado que con h^* entre cero o uno, la estrategia alternativa natural de cobertura (h^a) será su otro valor extremo. Pero cuando h^* no es un valor extremo, no podemos definir muy claramente una h^a . Para solucionar este problema podemos medir la frecuencia y el tamaño del “*regret*” por un rango de posibles h^a s. Por ejemplo, supongamos que h^* es 0.6, supondríamos en este caso que dos estrategias de cobertura alternativas serían estar completamente cubierto ($h^a = 1$) o completamente descubierto ($h^a = 0$). El inversionista puede calcular el

“*regret*” esperado y sus componentes relativos asociados a ambas alternativas.

La Tabla 6 nos indica el “*regret*” esperado asociado a ambas h^a s, para un inversionista de EU con un horizonte de inversión de un año y una tolerancia al riesgo de $T=0.5$. Los puntos se generaron usando una simulación idéntica a la utilizada para construir la Tabla 4. En los símbolos que reflejan el “*regret*” esperado relativo a un portafolio totalmente cubierto ($h^a = 1$) se puede observar que cuando el *ratio* de cobertura es cero, el valor medio del “*regret*” es 0.82 (valor que coincide con la Tabla 4). En la medida que este *ratio* se incrementa, el valor medio del “*regret*” relativo a una estrategia alternativa completamente cubierta disminuye; es decir, que cada incremento en el *ratio* de cobertura hace que el portafolio se vuelva más atractivo cuando está totalmente cubierto.

En cambio, cuando observamos el “*regret*” esperado relativo a una estrategia de portafolio totalmente descubierta ($h^a = 0$), nos indica que en la medida que el *ratio* de cobertura crece, el valor del “*regret*” esperado también se incrementa. En este caso hay una relación directamente proporcional entre el *ratio* de cobertura y el valor medio del “*regret*” esperado.

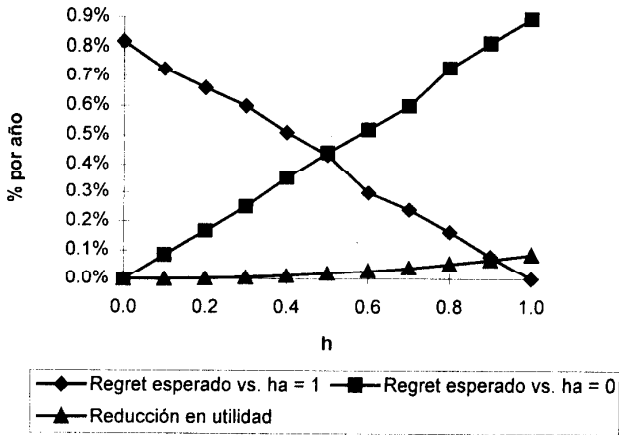
La tercera relación en la Tabla 6 mide la reducción teórica en la utilidad como la diferencia entre la utilidad obtenida cuando se usa un *ratio* particular de cobertura y la utilidad generada usando h^* . Así si $h^* = 0$ la diferencia será cero cuando el *ratio* de cobertura es cero, pero en la medida que el *ratio* de cobertura se incrementa la utilidad cae y, por consiguiente, la diferencia en las utilidades se incrementa.

Debido a la naturaleza cuadrática de la función de utilidad, la caída en la utilidad por unidad de incremento en el *ratio* de cobertura es pequeña con respecto al *ratio* óptimo de cobertura, pero esta caída se incrementa en la medida en que el *ratio* de cobertura se mueve más lejos del *ratio* óptimo. Un inversionista podría seleccionar un *ratio* que equilibre su preocupación por el “*regret*” con su preocupación por maximizar la utilidad esperada.

Tabla 6

"Regret" esperado y reducción teórica en la utilidad,
 inversión foránea en pesos y doméstica en EU
 $T=0.5$ y horizonte de inversión de un año

h	Regret esperado	Regret esperado	Reducción en utilidad
	vs. $h^a = 1$	vs. $h^a = 0$	
0	0.82%	0.00%	0.00%
0.1	0.73%	0.08%	0.00%
0.2	0.66%	0.17%	0.00%
0.3	0.60%	0.25%	0.01%
0.4	0.51%	0.35%	0.01%
0.5	0.43%	0.44%	0.02%
0.6	0.30%	0.52%	0.03%
0.7	0.24%	0.60%	0.04%
0.8	0.16%	0.73%	0.05%
0.9	0.08%	0.81%	0.07%
1	0.00%	0.89%	0.08%



La Tabla 6 nos indica que los cambios en el *ratio* de cobertura tienen un pequeño efecto en la frecuencia del “*regret*” contra cada alternativa: por lo tanto, los cambios en el “*regret*” esperado se deben sobre todo a cambios en la magnitud del *regret*.

El 50% de cobertura

El *ratio* de cobertura de 50% como un punto de intersección de las dos líneas de “*regret*” (Tabla 6), tiene una interesante propiedad pues minimiza el “*regret*” esperado relativo a la otra alternativa, por lo que un inversionista que no desea ubicarse en los puntos extremos, puede considerar una cobertura del 50% como atractiva en este caso. A pesar de que experimentará una reducción en su utilidad esperada, para el caso de un inversionista de EU con un horizonte de inversión de un año y $T=0.5$, esta reducción será mínima en relación a la reducción del “*regret*”.

La Tabla 7 nos indica que los resultados de este análisis se mantienen para inversionistas con el mismo nivel de tolerancia al riesgo y un nivel de cobertura del 50%. Nos proporciona, por otro lado, la reducción teórica de la utilidad la misma que, como se puede observar, es pequeña. Vale la pena mencionar que el “*regret*” esperado (Tabla 7) para las dos alternativas es igual a cerca de la mitad del “*regret*” que se experimenta cuando se usa una sola alternativa extrema (Tabla 4).

Un punto importante acerca de la utilización del 50% de cobertura es que el atractivo de ésta disminuye en la medida que el horizonte de inversión se incrementa. Esto es así, pues la reducción en el “*regret*” esperado al usar el 50% de cobertura declina en la medida que el tiempo se alarga, mientras que la reducción en la utilidad no cambia con el horizonte de inversión. Por ejemplo, en la Tabla 4 podemos apreciar que para un inversionista de EU con un horizonte de diez años que sigue la estrategia óptima descubierta ($h^* = 0$), experimentará un “*regret*” esperado de 23 puntos básicos relativos a un portafolio totalmente cubierto ($h^a = 1$). Si el inversionista adoptase la estrategia del 50% de cobertura, el “*regret*” esperado sería de aproximadamente 11.5 puntos básicos (la mitad de los 23 puntos básicos).

La reducción en la utilidad es de dos puntos básicos (Tabla 7). Comparada a la situación que enfrenta un inversionista con un horizonte

de tiempo de un año -donde la misma reducción de dos puntos básicos en la utilidad le rinde una reducción de 43 puntos básicos en el "regret" esperado-, el cambio entre el *ratio* óptimo de cobertura no es tan favorable cuando se incrementa el horizonte de inversión.

Tabla 7					
"Regret" esperado y reducción en la utilidad con $h=50\%$, $T=0.5$					
y un horizonte de inversión de un año					
<i>Resultados en GW, p. 66:</i>					
	EU	UK	Japón	Canadá	Australia
<i>Regret vs hedged portfolio</i>	0.39%	0.66%	0.30%	0.24%	0.54%
<i>Regret vs Unhedged portfolio</i>	0.44%	0.51%	0.33%	0.26%	0.69%
<i>Reduction in Utility</i>	0.03%	0.10%	0.02%	0.01%	0.10%
<i>Resultados usando "HEDGE1A.XLS":</i>					
	EU	UK	Japón	Canadá	Australia
<i>Regret vs hedged portfolio</i>	0.43%	0.68%	0.29%	0.25%	0.53%
<i>Regret vs Unhedged portfolio</i>	0.44%	0.51%	0.33%	0.27%	0.69%
<i>Reducción en Utilidad</i>	0.02%	0.11%	0.01%	0.01%	0.10%

4. Un nivel de cobertura apropiado para el caso mexicano

En esta sección analizamos el caso en el cual la inversión foránea está denominada en CETES e IPyC, y la inversión doméstica es S&P500 y Bonos gubernamentales en EU. Cabe señalar que siendo la metodología utilizada para este caso igual a la utilizada por GW, aquí tan sólo

trataremos de verificar si el *ratio* óptimo de cobertura es el más adecuado: de no verificarse, es posible que se presenten niveles significativos de “*regret*” que lleven a establecer que un *ratio* de cobertura alternativo sea atractivo. Trataremos de verificar también si una cobertura del 50% establecida por los autores es la más adecuada en este caso.

Composición del portafolio

Se consideran cuatro activos de inversión: CETES, el índice de precios y cotizaciones de la bolsa mexicana de valores (IPyC), el índice de S&P500 y un índice de bonos gubernamentales de Merrill Lynch en los Estados Unidos. Se ha establecido que las inversiones en CETES e índice de la bolsa mexicana de valores sean consideradas como el portafolio foráneo, mientras que el índice de S&P500 y el índice de bonos de Merrill Lynch conformen la inversión doméstica.

Para efectuar el análisis se han definido dos períodos, el primero que va de enero de 1991 a noviembre de 1994 (“pre-crisis”) y el segundo de julio de 1995 a febrero de 1997 (“post-crisis”). Todas las series vienen cotizadas en US\$, incluyendo el tipo de cambio (son US\$ por peso).

El *ratio* óptimo de cobertura

Recordando que:

$$\tilde{r}_p = w_d \tilde{r}_d + w_f \tilde{r}_f - w_f h \tilde{e} \quad (5)$$

Ahora asumimos que:

w_d es el % invertido en S& P500 y Merrill Lynch Bond index

\tilde{r}_d es la tasa de retorno de S& p500 y Merrill Lynch Bond index

w_f es el % invertido en CETES e IPy C

\tilde{r}_f es la tasa de retorno de CETES e IPy C

Las ponderaciones de inversión utilizadas para calcular los retornos históricos se encuentran en la Tabla 8. Además, utilizaremos las definiciones de “*regret*” y “*regret*” esperado de (11) y (12).

Tabla 8		
Ponderaciones asumidas para el análisis		
	Pre-crisis	Post-crisis
Periodo	Ene91-Nov94	Jul95-Feb97
Activo doméstico	50% S&P500 50% Indice de bonos gub. de Merrill Lynch	50% S&P500 50% Indice de bonos gub. de Merrill Lynch
Activo foráneo	50% CETES, 50% IPyC	50% CETES, 50% IPyC
Ponderaciones	80% / 20%	80% / 20%

Los parámetros muestrales se indican en la Tabla 9, donde se observa que h^* para el período de “pre crisis” fue -42.31, vs -12.33 para el período de “post crisis”. Sirviéndonos de estos parámetros, simulamos series de \tilde{r}_u y \tilde{e} mensuales usando h^* y h^a para intervalos de uno, tres, cinco y diez años. Se generaron series de $\tilde{r}_p(h^a)$ y $\tilde{r}_p(h^*)$.

Estimación del “regret”

Utilizando (4) procedimos a calcular la media del retorno y desviación estándar de los retornos del portafolio que utiliza $h^* = 0$ vs $h^a = 1$. Luego, calculamos la utilidad esperada para ambas alternativas con (7), para luego con (11) estimar si se presentó “regret”. Hemos asumido también para este caso que $T=0.5$. De acuerdo a la metodología establecida, el proceso se repitió mil veces para identificar el “regret” promedio y obtener así su valor medio, frecuencia y el valor medio dado que ocurrió. Esto lo podemos observar en la Tabla 10 para los períodos de pre y post crisis.

En la referida Tabla se presentan estos resultados para horizontes de tiempo de uno, tres, cinco y diez años. También podemos observar la

mejora en la utilidad que se presentó al usar h^* en lugar de la estrategia alternativa. Además, tal como estaba por GW, para la muestra de los cinco países y que fue revisada en la sección 3, la expectativa del “regret” disminuye en la medida que el horizonte se incrementa.

Tabla 9				
Parámetros muestrales, inversión foránea en CETES e IPyC, inversión doméstica en S&P500 e índice de bonos gubernamentales de EU de Merrill Lynch, Usando las ponderaciones de la Tabla 8 (Cifras expresadas en US\$)				
	Pre-crisis:	Crisis:	Post-crisis:	Período total:
	Ene 91 - Nov 94	Dic 94 - Jun 95	Jul 95 - Feb 97	Ene 91 - Feb 97
T	0.5	0.5	0.5	0.5
w_f	0.2	0.2	0.2	0.2
$E[\bar{e}]$	0.05	-0.49	0.13	0.01
σ_e	0.04	0.53	0.12	0.17
$E[r_e]$	0.07	0.36	0.07	0.08
σ_u	0.05	0.09	0.07	0.06
ρ_{ue}	0.01	-0.04	-0.19	-0.17
$\frac{\sigma_u}{\sigma_e} \rho_{ue}$	0.01	-0.01	-0.11	-0.06
$\frac{TE[e]}{2\sigma_e^2}$	8.47	-0.43	2.35	0.11
h^*	-42.31	2.14	-12.33	-0.86
$h^*_{restringido}$	0	1	0	0

Tabla 10

Estimaciones de valor esperado, frecuencia y magnitud de "regret",
Inversión foránea en Pesos, inversión doméstica en EU, horizontes de inversión de
1, 3, 5 y 10 años, $T=0.5$

Período	Pre-Crisis	Post-Crisis
	Ene. 91-Nov. 94	Jul. 95-Feb. 97
Moneda	US\$	US\$

<i>Optimal Policy</i>	<i>Unhedged ($h^*=0$)</i>	<i>Unhedged ($h^*=0$)</i>
<i>Alternative Policy</i>	<i>Hedged ($h^a=1$)</i>	<i>Hedged ($h^a=1$)</i>

<i>Improvement in utility</i>	0.9551%	2.7842%
-------------------------------	---------	---------

<i>1-year Horizon</i>		
<i>Expected Regret</i>	0.0467%	0.1584%
<i>Frequency of Regret</i>	11.1000%	12.7000%
<i>Magnitude of Regret</i>	0.4214%	1.2536%

<i>3-year Horizon</i>		
<i>Expected Regret</i>	0.0021%	0.0046%
<i>Frequency of Regret</i>	1.1000%	1.1000%
<i>Magnitude of Regret</i>	0.1926%	0.4212%

<i>5-year Horizon</i>		
<i>Expected Regret</i>	0.0004%	0.0029%
<i>Frequency of Regret</i>	0.2000%	0.6000%
<i>Magnitude of Regret</i>	0.1912%	0.4775%

<i>10-year Horizon</i>		
<i>Expected Regret</i>	0.0000%	0.0000%
<i>Frequency of Regret</i>	0.0000%	0.0000%
<i>Magnitude of Regret</i>	0.0000%	0.0000%

Para el horizonte de un año el “*regret*” y su magnitud son muy bajos, comparados con la mejora en la utilidad cuando se usa h^* , por lo que el inversionista en el corto plazo concluirá que el “*regret*” no es importante. Esta conclusión podría explicarse por las expectativas del mercado *forward* del peso, las cuales le estarían dando la señal que la estrategia óptima de no cubrirse, es la más adecuada.

En la Tabla 11 podemos apreciar la composición óptima de los pesos asignados a valores de renta fija y renta variable en el mercado mexicano, los cuales fueron determinados utilizando (13). Se puede también ver en esta Tabla que, para los diferentes niveles de tolerancia al riesgo, para el lapso de un año no se presentan niveles de “*regret*” que sean mayores a la mejora teórica de la utilidad de media-varianza cuando se usa h^* . Lo que sí podemos observar para al menos el periodo de “*post-crisis*” es que, a medida que la tolerancia al riesgo se incrementa, la medida del “*regret*” se va haciendo más importante aunque no llegue a superar a la mejora de la utilidad con la estrategia alternativa. Esto nos indica que un inversionista con inversiones foráneas en activos mexicanos comenzará a tomar cierta consideración por el “*regret*” en la medida en que se vuelve más tolerante al riesgo.

Los valores negativos de h^* que se obtuvieron se comprenden sobre todo por el valor esperado del “*currency surprise*” y el retorno promedio del portafolio no cubierto. La relación matemática de estas variables en (10) nos dice que ante un positivo “*currency surprise*” esperado, éste indicará un pequeño *ratio* óptimo de cobertura y, en la medida que este retorno sea más grande, tenderá a volver al *ratio* de cobertura aún más pequeño; sin embargo, este grado de reducción del *ratio* de cobertura se verá influenciado por la medida de volatilidad del “*currency surprise*”. Esto es importante pues, como podemos apreciar en nuestros resultados para el período pre-crisis, h^* es aún más negativo que para el período de *post-crisis*. A pesar que el valor esperado del “*currency surprise*” es mayor para este último período, esto se da debido a que la volatilidad del “*currency surprise*” para el período *post-crisis* es mucho mayor a la del período pre-crisis. Esto último, contrarresta el comportamiento del retorno del “*currency surprise*” frente al óptimo *ratio* de cobertura, pues nos indica que, a pesar que existe un mayor valor del “*currency surprise*” esperado (que nos dice que no debemos cubrirnos tanto), su alta

volatilidad nos dice lo contrario (que si debemos hacerlo), pues a mayor volatilidad el grado de cobertura deberá ser mayor.

Esta situación se puede ver en la Tabla 9, en donde se reportan los valores de los parámetros que determinan \hat{h}^* para los dos periodos de análisis. En la Tabla 9 se han incluido también los valores de los parámetros para dos periodos adicionales, "el período de crisis" y un cuarto período que resume los tres anteriores (Ene 91-Feb 97). Al observar la Tabla 9 durante el "período de crisis", la \hat{h}^* era la de encontrarse totalmente cubierto. Sin embargo, para todo el período, podemos observar que la estrategia óptima ha sido encontrarse totalmente descubierto. Más adelante analizaremos si una estrategia alternativa para los periodos de pre y *post*-crisis era la más adecuada, presentándose niveles de "regret" al haber utilizado la cobertura óptima en lugar de la cobertura alternativa.

Tabla 11		
Regret esperado en relación a la mejora teórica en la utilidad, activo foráneo en Pesos y domésticos en EU, horizonte de inversión de un año, varios niveles de tolerancia al riesgo, períodos Pre- y Post-Crisis		
(Stock/Cetes Allocation) Moneda	Pre-Crisis Ene 91-Nov 94 US\$	Post-Crisis Jul 95-Feb 97 US\$
$T=0.10$ (65%/35%)	0.04	0.03
$T=0.25$ (77%/23%)	0.03	0.04
$T=0.50$ (97%/3%)	0.04	0.05
$T=0.75$ (100%/0%)	0.03	0.05
$T=1$ (100%/0%)	0.04	0.06

En la Tabla 9 podemos observar adicionalmente que el coeficiente de correlación entre el “*currency surprise*” y el portafolio no cubierto para los dos períodos de análisis fue negativo y alrededor de cero. Esta negatividad como lo analizamos en la sección anterior, nos dice que la exposición a la moneda ayuda a diversificar el portafolio y reducir así la exposición cambiaria, por lo que, en consecuencia, dicha negatividad trabajará reduciendo la h^* . Sin embargo, para el período de la crisis podemos observar que si bien el coeficiente de correlación fue negativo, el promedio también negativo del “*currency surprise*” trabajó para una estrategia óptima totalmente cubierta.

Medida de cobertura adecuada

Siguiendo la metodología utilizada, si tuviéramos que establecer un h^* cuando la medida de cobertura óptima para el inversionista en México no reflejara un caso extremo (cero o uno), sino un rango de cobertura óptima ubicada entre cero y uno, deberíamos tomar ambas estrategias alternativas (cubierto y descubierto). Este análisis lo hicimos para determinar cuál sería el nivel de cobertura óptima para el lapso de un año.

Como se puede observar en la Tabla 12 para el período de pre-crisis, los símbolos que reflejan el “*regret*” esperado frente a un portafolio totalmente cubierto nos indican que cuando el *ratio* de cobertura es cero, el valor medio del “*regret*” es 0.05 que es el mismo valor presentado en la Tabla 10. En la medida que el *ratio* se incrementa, el valor del “*regret*” relativo frente a una estrategia totalmente cubierta disminuye, lo que nos indica que el portafolio se volverá más atractivo cuando está totalmente cubierto. Contrariamente, cuando la estrategia alternativa es estar completamente descubierto, el “*regret*” esperado también crece. En el análisis de la sección 3 se presentó esta misma tendencia en la relación del “*regret*” en el caso de EU frente a estas dos alternativas, claro que a diferente escala, por las diferencias en el rango del “*regret*” relativo al caso mexicano. Similar análisis podemos realizar para el período post-crisis, como lo vemos en la Tabla 13.

En las Tablas 12 y 13 se puede observar el comportamiento de la reducción en la utilidad como la diferencia entre la utilidad que se obtiene cuando se usa un *ratio* particular de cobertura y la utilidad generada con la cobertura óptima. Así, si la óptima es encontrarse completamente descubierto, la diferencia en la utilidad será cero cuando el *ratio* de cobertura es cero (óptimo); pero, a medida que el *ratio* se incrementa

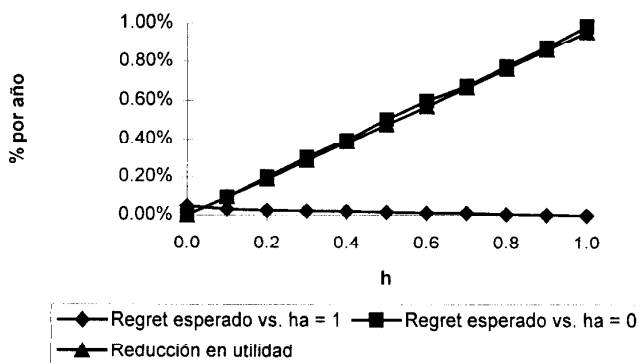
alejándose de la estrategia óptima (cero o descubierta), la utilidad del inversionista cae, haciendo que la diferencia entre las utilidades se incremente.

Tabla 12

"Regret" esperado y reducción en la utilidad, activo foránea en Pesos, doméstico en EU,

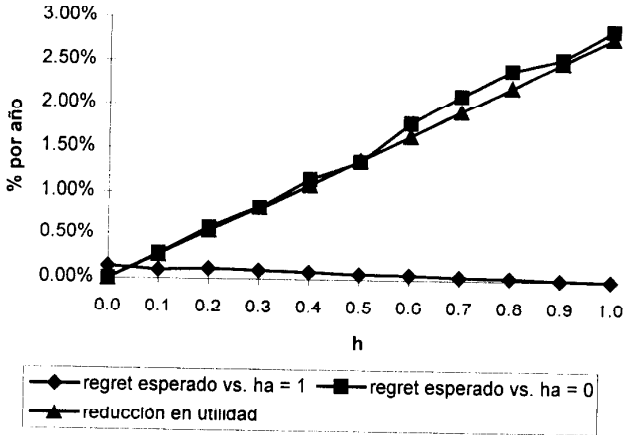
T=0.5, horizonte de inversión de un año, período Pre-Crisis

h	Regret esperado vs. $h^a = 1$	Regret esperado vs. $h^a = 0$	Reducción en utilidad
0	0.05%	0	0.00%
0.1	0.03%	0.10%	0.09%
0.2	0.03%	0.20%	0.19%
0.3	0.02%	0.30%	0.28%
0.4	0.02%	0.39%	0.38%
0.5	0.02%	0.50%	0.47%
0.6	0.01%	0.60%	0.57%
0.7	0.01%	0.67%	0.67%
0.8	0.01%	0.77%	0.76%
0.9	0.00%	0.88%	0.86%
1	0.00%	0.98%	0.96%



Dada la estructura de portafolio del inversionista de EU, la reducción en la utilidad no se incrementa demasiado en relación al nivel de “*regret*” que se experimentaría si la estrategia alternativa fuera encontrarse totalmente descubierta. Para el inversionista mexicano, esta reducción en la utilidad crece prácticamente en la misma proporción que el incremento del nivel de “*regret*” experimentado cuando se va cubriendo la estrategia totalmente descubierta. Una situación muy similar podemos observar para el período *post-crisis* (Tabla 13).

Tabla 13			
"Regret" esperado y reducción teórica en la utilidad,			
activo foráneo en Pesos y activo doméstico en EU			
T=0.5 y horizonte de tiempo = 1 año, Período de Post-Crisis			
h	Regret esperado vs. ha = 1	Regret esperado vs. ha = 0	Reducción en utilidad
0	0.14%	0	0.00%
0.1	0.10%	0.28%	0.27%
0.2	0.11%	0.58%	0.54%
0.3	0.10%	0.83%	0.81%
0.4	0.08%	1.15%	1.09%
0.5	0.06%	1.35%	1.36%
0.6	0.06%	1.79%	1.64%
0.7	0.04%	2.11%	1.93%
0.8	0.03%	2.40%	2.21%
0.9	0.01%	2.54%	2.50%
1	0.00%	2.88%	2.78%



El 4% de cobertura

El inversionista en el caso de México buscará un nivel de cobertura que balancee la importancia que le dé al nivel de "regret" y la utilidad esperada. Así, de acuerdo a la metodología establecida y a la evidencia que nos dan las Tablas 12 y 13, el *ratio* de cobertura como punto de intersección de las dos líneas de "regret" minimiza el "regret" esperado que se experimenta en relación a la alternativa. De esta forma, al no ubicarse en los puntos extremos (totalmente cubierto y totalmente descubierto), el inversionista puede considerar una estrategia de cobertura del 4% como una estrategia atractiva para el tiempo de inversión de un año y una tolerancia al riesgo de $T=0.5$, experimentando una reducción mínima de su utilidad (la Tabla 14 para ambos períodos). El atractivo del 4% de cobertura es que reduce en un 14% el nivel de "regret" para el período pre-crisis y en un 29% para el período *post*-crisis comparado con el que se experimenta cuando solamente se evalúa frente a una alternativa. Estos valores se obtienen al comparar los niveles de "regret" en la Tabla 14 como un porcentaje relativo a los niveles de "regret" de la Tabla 10, para un horizonte de inversión de un año.

A medida que el horizonte se incrementa, el atractivo de esta estrategia de cobertura disminuirá pues la reducción en el “*regret*” esperado al usar el 4% de cobertura decrecerá conforme el tiempo se extiende (Tabla 10). En un horizonte de cinco años, el “*regret*” esperado al seguir la estrategia óptima no cubierta será de apenas 0.04 puntos básicos para el periodo pre-crisis y de 0.29 puntos básicos para el periodo *post*-crisis. Si el inversionista insistiera en utilizar la cobertura del 4% para el horizonte de cinco años, el “*regret*” esperado sería de 0.034 y 0.21 puntos básicos respectivamente; es decir, el 86% y 71% del valor esperado del “*regret*” que se experimenta frente a una sola estrategia para un horizonte de cinco años.

Considerando que tenemos una posición larga en pesos, la conclusión de ubicarnos en una estrategia de cobertura del 4%(es decir, prácticamente no estar cubierto) no es tan lógica. Pero si analizamos más detenidamente el concepto de “*currency surprise*” y su comportamiento para el caso de México, encontraremos que la evidencia de no cobertura tiene fundamento. Sabemos que la estrategia de no cubrirse implica que con la posición larga en la moneda foránea sería aconsejable no tomar una posición corta en el mercado *forward*.

Tabla 14		
"Regret" esperado y reducción en la utilidad con un 4% de cobertura. horizonte de un año, activo foráneo en Pesos, doméstico en EU, y $T=0.5$		
Periodo	Pre-Crisis Ene 91-Nov 94	Post-Crisis Jul 95-Feb 97
Moneda	US\$	US\$
Regret vs Hedged portfolio	0.040%	0.112%
Regret vs Unhedged portfolio	0.039%	0.114%
Reduction in in Utility	0.040%	0.110%

El análisis para el caso del inversionista en México se lo ha realizado en dólares y se ha considerado como foráneas las inversiones en CETES e IPyC, cuyo retorno es en pesos. Puesto que el “*currency surprise*” para ambos períodos de análisis nos da retornos medios positivos, nos está dando la señal de no cubrirse con el costo del contrato *forward*, pues,

$$E[\tilde{e}] > 0 \Rightarrow E[F_0 - \tilde{E}_1] < 0$$

es decir, las ganancias o pérdidas promedio de la posición corta del *forward* tendían a ser negativas: la posición corta del *forward* no convienc.

Si regresamos a la Tabla 9, podemos observar cómo para el período donde se agudizó la crisis mexicana (Dic. 94 - Jul. 95), la línea de razonamiento fue la contraria, pues la estrategia óptima era cubrirse en ese período de tiempo, ya que,

$$E[\tilde{e}] < 0 \Rightarrow E[F_0 - \tilde{E}_1] > 0$$

es decir, que se tenían ganancias esperadas si se iba en corto en el *forward* del tipo de cambio: sí convenía ir en corto en el *forward*.

Así, las expectativas del mercado *forward* sobre la cotización del peso mexicano frente al dólar justifican el por qué no resulta atractivo cubrirse en una posición larga en pesos cuando la moneda doméstica es el dólar. Expectativas originadas en experiencias pasadas de inestabilidad de las tasas de interés y del tipo de cambio, terminan por sobredimensionar los montos de depreciación de la moneda.

Esta situación parecería cumplirse para períodos no tan cortos de tiempo, como lo podemos apreciar en la Tabla 9, en donde vemos que a pesar de tener un corto horizonte las expectativas del mercado *forward* se quedaron cortas frente al deterioro del peso, al súbito incremento de las tasas de interés en el período de la crisis y donde era aconsejable cubrir la posición larga en pesos. Sin embargo, cuando analizamos un período a más largo plazo como es el de Ene. 91 - Feb. 97, la estrategia óptima vuelve a ser el no cubrir la posición en pesos. Esta observación concuerda

con lo que la literatura financiera llama “*The Peso Problem*”, referida por varios autores, entre ellos Lewis [1989] y Rivera-Batiz [1994], los que señalan que frente a expectativas de grandes cambios en la política económica de México, el tipo de cambio *forward* ha presentado persistentes errores de pronóstico, lo cual implica que $E[\bar{e}] \neq 0$.

5. Conclusiones

Debido a la acelerada globalización de los mercados financieros, un inversionista institucional debe buscar una mejor diversificación de sus portafolios de inversión, estableciendo los montos adecuados que deberá asignar a sus inversiones foráneas, por lo que se enfrenta al manejo del riesgo de cambio en la moneda. Si su objetivo primordial es la maximización de su utilidad, lo más adecuado será usar el *ratio óptimo de cobertura* h^* . Para ello, deberá evaluar sus retornos no cubiertos frente a su “*currency surprise*” y así, ir analizando su desempeño frente al de otros inversionistas.

Para el caso que plantean Gardner y Wuilloud (1995), en su análisis de Estados Unidos, Inglaterra, Japón, Canadá y Australia, se puede concluir que cuando el horizonte de inversión es corto (uno o dos años) y la tolerancia al riesgo del inversionista va de moderados a altos niveles, existe una alta probabilidad (menor que 50%) de que el portafolio que usa el *ratio* óptimo de cobertura tenga un desempeño inferior a otro portafolio que utilice una estrategia alternativa. Por esta razón, el inversionista que use el *ratio* óptimo de cobertura puede experimentar arrepentimiento (“*regret*”).

En el caso de un inversionista cuya inversión foránea es en Pesos, se pudo establecer que si bien los niveles de “*regret*” se dan, éstos no son tan significativos frente a la mejora en la utilidad cuando se usa el *ratio* de estrategia óptima de cobertura. En dos periodos distintos, es evidente que el valor esperado de “*regret*” decrece con mayor rapidez con el horizonte que para el resto de los países analizados. Esto nos permite concluir que para un inversionista que mantenga una posición larga en el peso mexicano, el “*regret*” tendrá alguna significancia sólo para periodos muy cortos de tiempo.

Se estableció además, que la estrategia más adecuada de cobertura para el inversionista en el caso de México es de aproximadamente 4% para ambos períodos; es decir, que la estrategia óptima de cobertura para este caso (no cubrirse), será la más adecuada. La explicación de esta situación la encontramos en el valor medio del “*currency surprise*”. Así, para el caso mexicano vemos que el tipo *forward* del peso, en promedio, está sobredimensionando la depreciación de la moneda. Por lo tanto, para el portafolio expresado en dólares la estrategia óptima será no cubrirse (es decir, no ir en corto en el *forward*), aún para períodos largos de tiempo; situación que parecería haberse tornado estructural en el tipo de cambio *forward* mexicano.

Podemos establecer además, sin ánimo de caer en generalizaciones, que los inversionistas institucionales en países de economías emergentes, al estructurar sus niveles de cobertura óptima deberían poner mayor atención, a la volatilidad de los tipos de cambio de sus monedas y su correlación con los retornos en diferentes países. En efecto, éstas se ven afectadas en gran medida por las expectativas que sobre el comportamiento de la economía tienen los agentes económicos, expectativas que se reflejan en los mercados *forwards* del tipo de cambio.

En este sentido, es importante que los hacedores de política económica, sobretudo de los países de economías emergentes, al establecer los tipos de cambio del país, tomen en cuenta posibles sobre expectativas sobre el manejo económico que hagan los agentes económicos a fin de evitar distorsiones en el mercado *forward* de sus monedas; evitando de esta forma, que esta situación se vuelva un problema estructural y permanente de las economías.

Bibliografía

Bodie, Kane y Marcus [1996], *Investments*. Third Edition, Irwin, pp. 192-266.

Black, Fischer [1995], "Universal Hedging: Optimizing Currency Risk and Reward in International Equity Portfolios". *Financial Analysts Journal*, January February.

Black [1989], "Equilibrium Exchange Rate Hedging", Working Paper No. 2947, *National Bureau of Economic Research*, April.

Gardner, Grant y Stone Douglas [1995], "Estimating Currency Hedge Ratios for International Portfolios", *Financial Analysts Journal*, november-december, pp 58-59.

Gardner y Wuilloud, Thierry [1995]. "Currency Risk in International Portfolios: How Satisfying is Optimal Hedging?", *The Journal of Portfolio Management*, Spring 1995, pp.59-67.

Gastineau, Gary [1995], "The Currency Hedging Decision: A Search for Synthesis in Asset Allocation", *Financial Analysts Journal*, May-June 1995, pp. 8-17.

Glen, Jack y Jorion Philippe [1993], "Currency Hedging for International Portfolios", *Journal of Finance*, December 1993, pp. 1865-86.

Hull, John [1993], *Options, Futures and Othe Derivative Securities*, Second Edition, Prentice Hall, pp. 35-39.

Jorion, Philippe [1989], "Asset Allocation with Hedged and Unhedged Foreign Stocks and Bonds", *Journal of Portfolio Management*, Summer 1989, pp. 49-54.

Kritzman, Mark [1994], "...About Time Diversification", *Financial Analysts Journal*, January-February 1994, pp, 14-18.

- Kritzman, Mark [1993], "The Optimal Currency Hedging Policy with Biased Forward Rates", *Journal of Portfolio Management*, Summer 1993, pp. 94-100.
- Lewis, K. [1989], "Was there a 'Peso Problem' in the U.S: Term Structure of Interest Rates: 1979-1982?", *National Bureau of Economic Research*, Working Paper No. 3282, (March 1990).
- Nesbitt, Stephen [1991], "Currency Hedging Rules for Plan Sponsors", *Financial Analysts Journal*, March-April 1991, pp.73-81.
- Rivera-Batiz, Francisco y Rivera-Batiz, Luis [1994], *International Finance and Open Economy Macroeconomics*, second edition, Macmillan Publishing Company, pp. 158-162.
- Roll, Richard y Ross, Stephen [1995], "The Arbitrage Pricing Theory Approach to Strategic Portfolio Planning", *Financial Analysts Journal*, January-February 1995, pp, 122-131.
- Sharpe, William. [1995], *Investments*, Fifth Edition, Prentice Hall, pp. 120-122, 887-910.
- Solnik, Bruno [1995], "Why Not Diversify Internationally Rather Than Domestically?", *Financial Analysts Journal*, January-February 1995, pp. 89-94.
- Solnik Bruno [1989], *International Investments*, Addison Wesley, First Edition, pp. 293-304.
- Sharpe, William [1995], "Risk, Market Sensitivity, and Diversification", *Financial Analysts Journal*, January-February 1995, pp. 84-88.
- Shapiro, Alan [1992], *Multinational Financial Management*, Fifth Edition, Prentice Hall, pp. 183-209.
- Shapiro, Alan [1976], "International Cash Management and the Determination of Multicurrency Cash Balances", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, pp.893-899.